

光學實驗

- 共有兩個實驗:

1. 麥克生干涉儀(共同實驗只演示):

精密位移量測

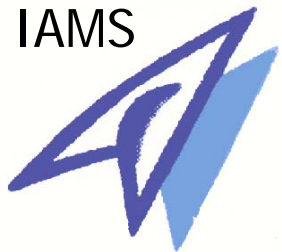
2. 一片玻璃妙用無窮:

1. 光的偏振與反射實驗

線偏振、圓偏振、半波片、四分之一波片、偏極分光鏡，
不同振光玻璃的反射與 Brewster 角

2. Etalon效應(光的多路徑干涉，Fabry-Perot干涉儀)

IAMS



陳應誠

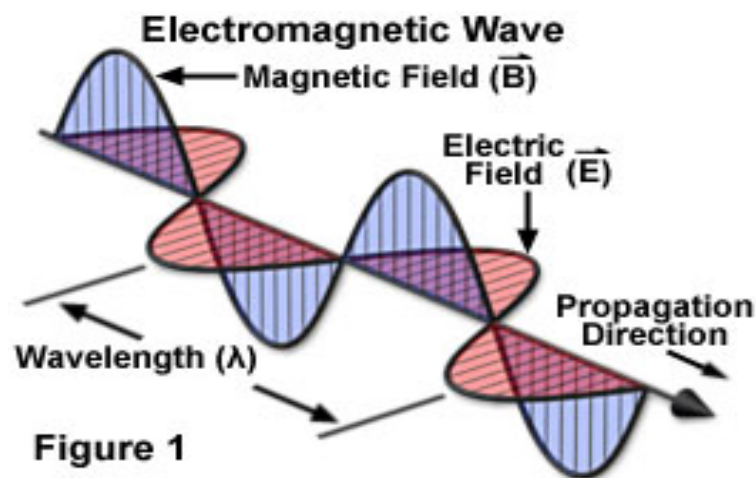
中央研究院原子與分子科學研究所

2017年7月, 高中生科學營



光的一些基本知識

- 光是一種電磁波
- 波是什麼? 能量在兩種不同形式(電能與磁能)交替轉換傳播出去
- 波有疊加、干涉、繞射、穿隧、共振等現象
- 在自由空間(即非介質內)電場、磁場與行進方向互相垂直，**電場的震動方向稱為光的偏振(極)方向**。
- 偏振方向相同的光才會干涉。

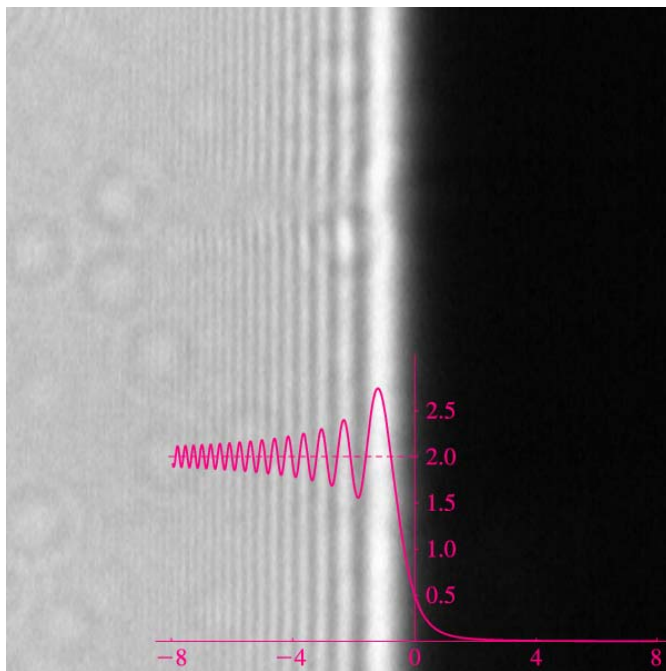
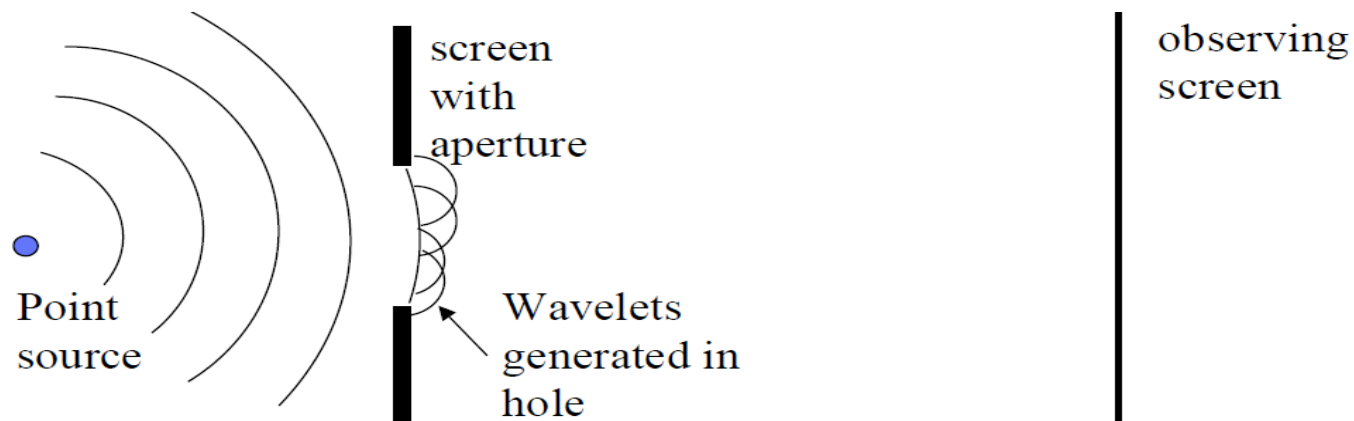


電磁波

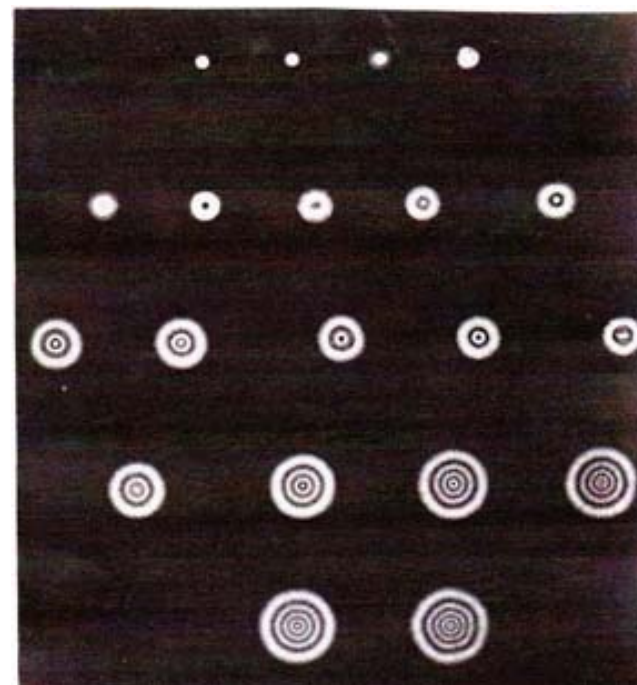


波的干涉

光是光束？



Fresnel 刀口繞射

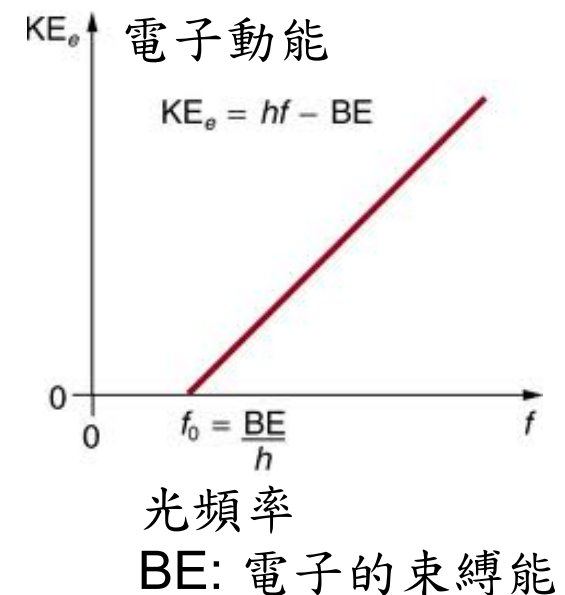
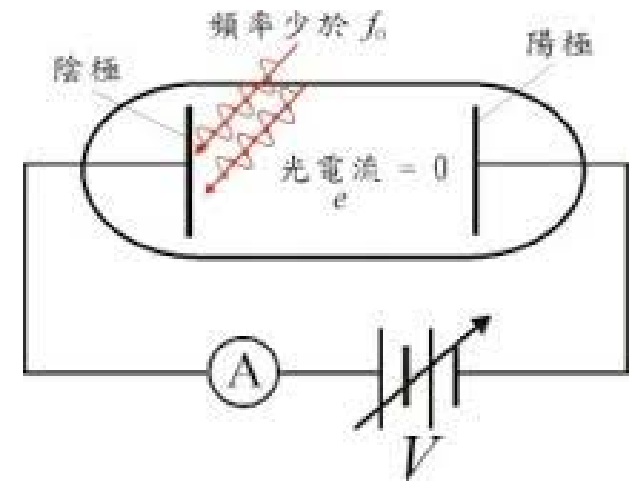


Decreasing
aperture size

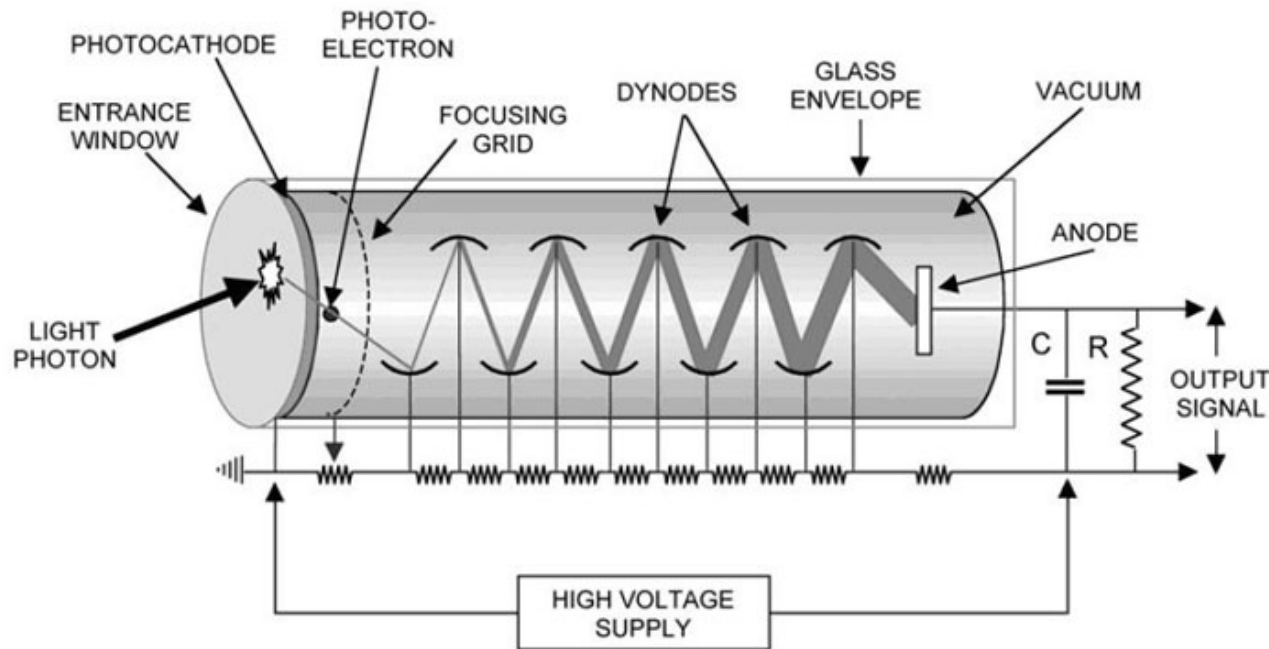
圓洞繞射

光是一種波還是粒子？

- 光電效應：
 - 光的頻率小於一特定值，無論光多強都沒有電流；但若頻率大於一特定值，無論光多弱都有電流。
 - 若頻率大於一特定值，無論光多弱都有電流，光一照光電流幾乎馬上就有。
- 愛因斯坦提出光量子的概念
 - 它擁有明確的能量($E=h\nu$)!
 - 不管在時間或空間中量到它時都可感受到十足的“顆粒性”
- 光電效應即是現今流行的太陽能板的原理

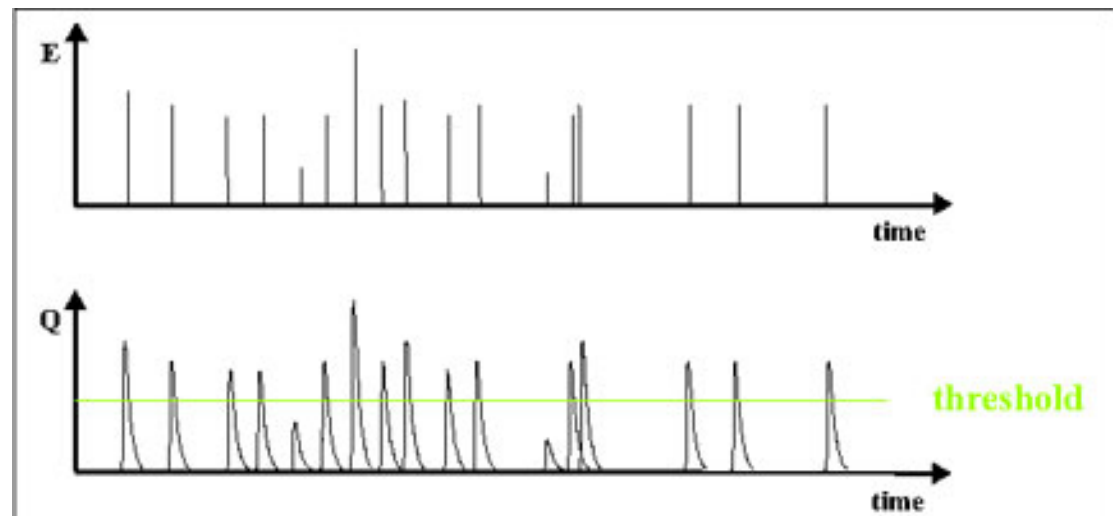


單光偵測器(光電倍增管)



光子不是一種概念，實驗室內每天都在數光子！

人的眼睛可以偵測到單光子！
(Nat. Com. 7, 12172, 2016)



Maxwell Equations: 電磁波遵守的方程式

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \dots (1) \quad \text{電荷會產生電場}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \dots (2) \quad \text{並無磁荷}$$

$$\left[\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \dots (3) \quad \text{磁場的變化也會產生電場} \right.$$

$$\left. \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \dots (4) \quad \text{電流(即電荷的變化)與電場的變化也會產生磁場} \right.$$

電荷運動(電流)產生磁場→磁場變化產生電場
→電場變化產生磁場→此即電磁波!

光的量子理論：量子光學

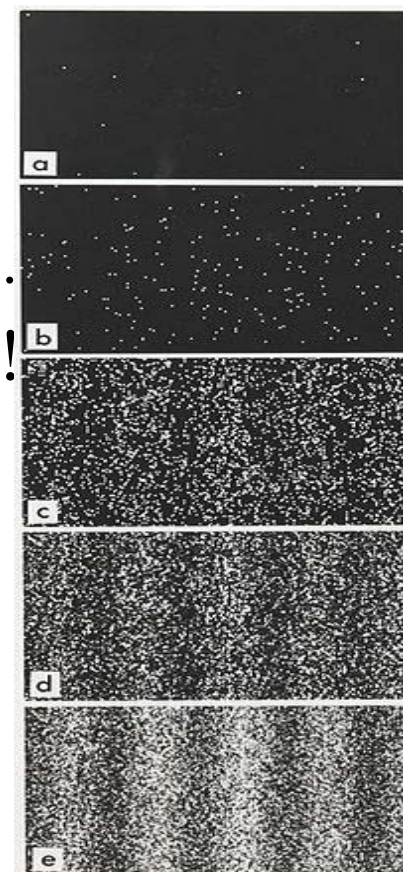
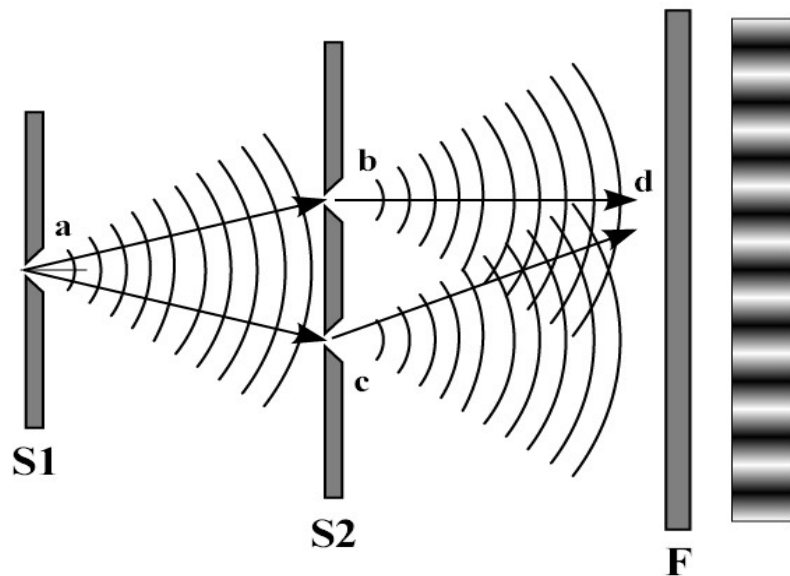
- 電磁場的量子化理論—光子是電磁場的一種激發粒子
 - 它擁有明確的動量($p=h/\lambda$)、能量($E=h\nu$)、與角動量($h/2\pi$)!
 - 不管在時間或空間中量到它時都可感受到十足的“顆粒性”
- (演示實驗：光電倍增管的光子量測)
- 電磁場的真空不是一無所有、有零場擾動!

• 光同時具有粒子性與波動性!

• Loudon "Quantum theory of light":

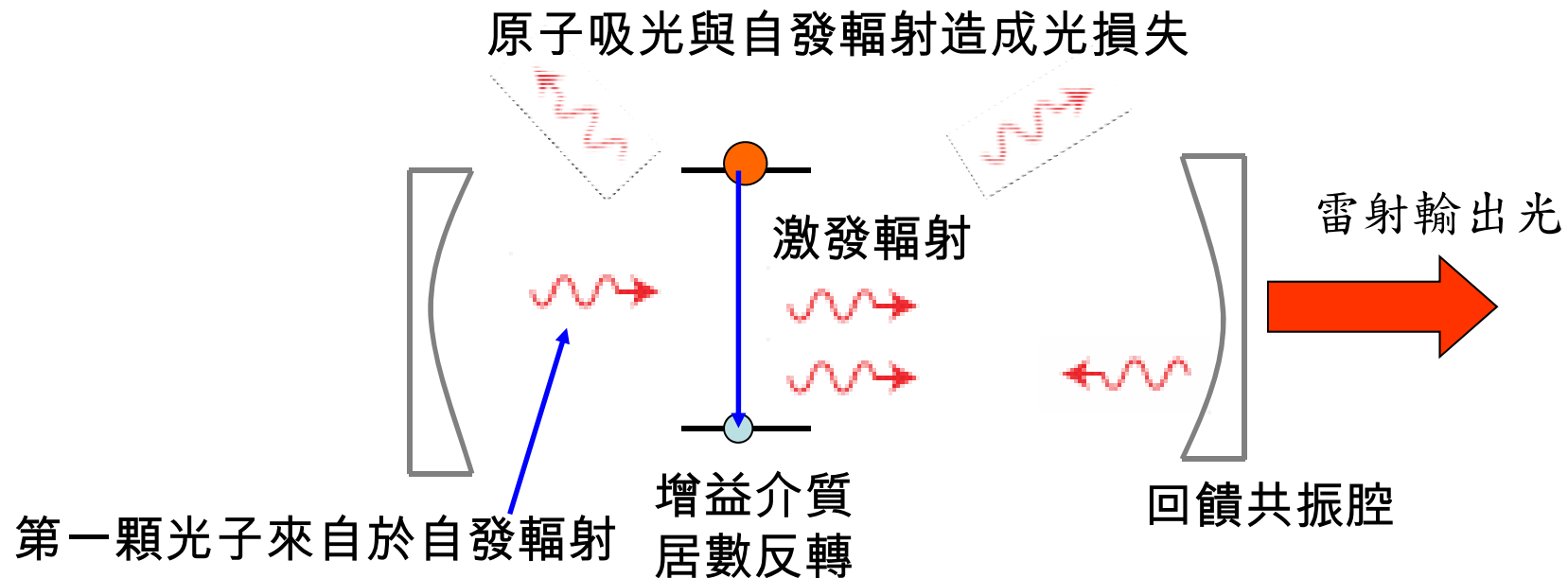
We all know what light is but it is difficult to tell what it is.

我們都知道光是什麼，但很難說清楚它到底是什麼！



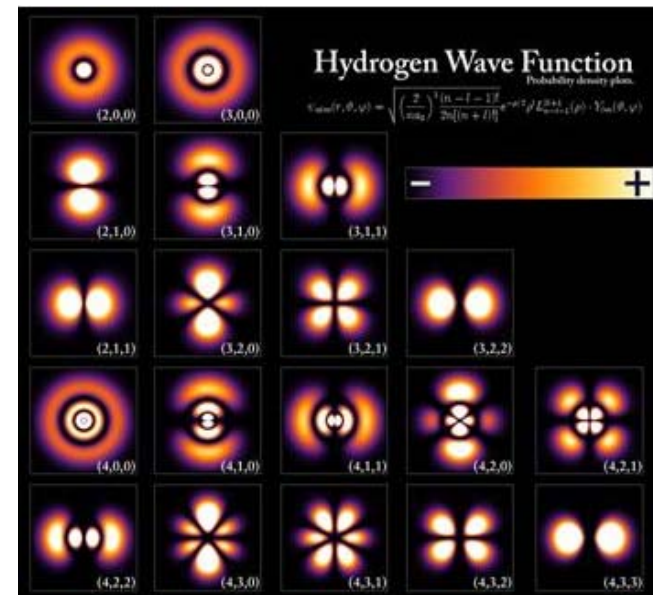
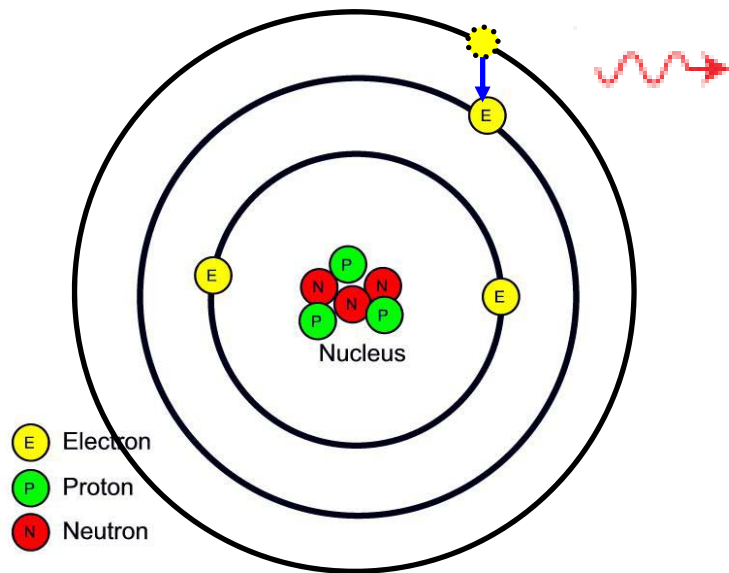
雷射光（激光）

- LASER, **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation
- 雷射和一般光源的最大差別在於其同調性(單頻性，明確相位)
- 共振腔只允許特定頻率的光回饋放大，此頻率篩選與放大機制是造成其輸出光頻寬甚窄的原因。



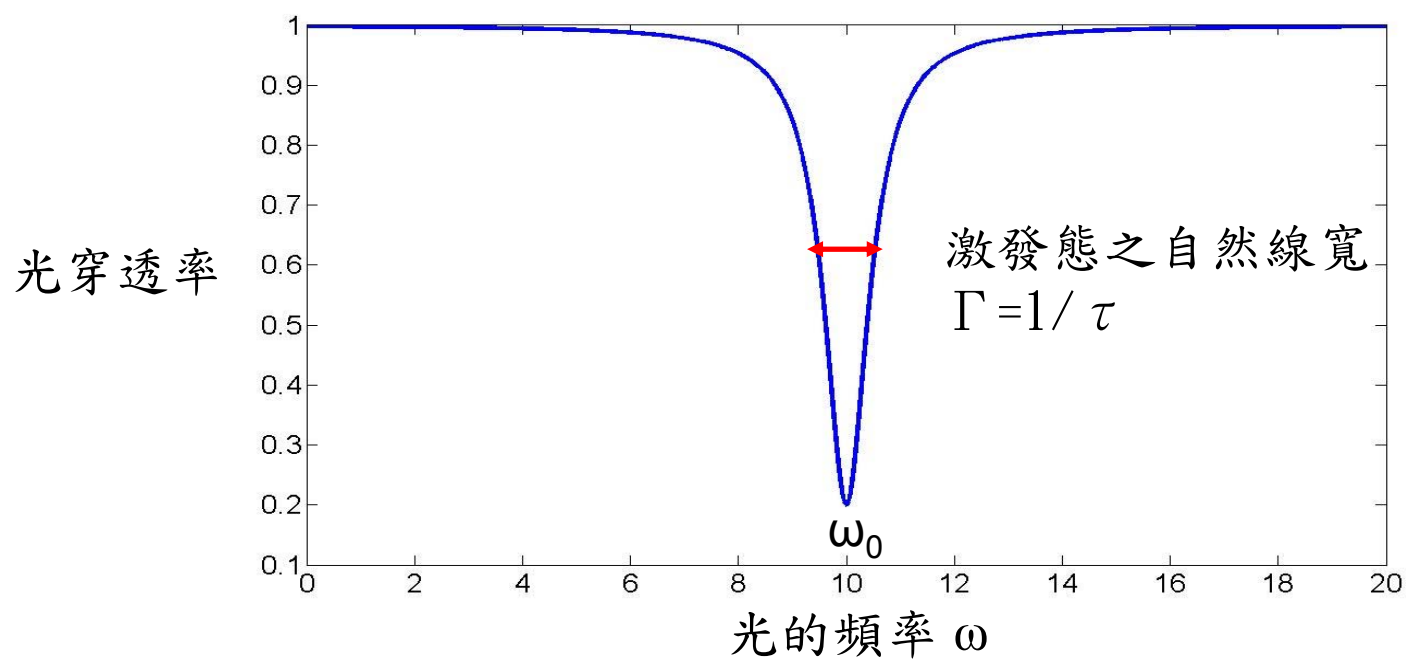
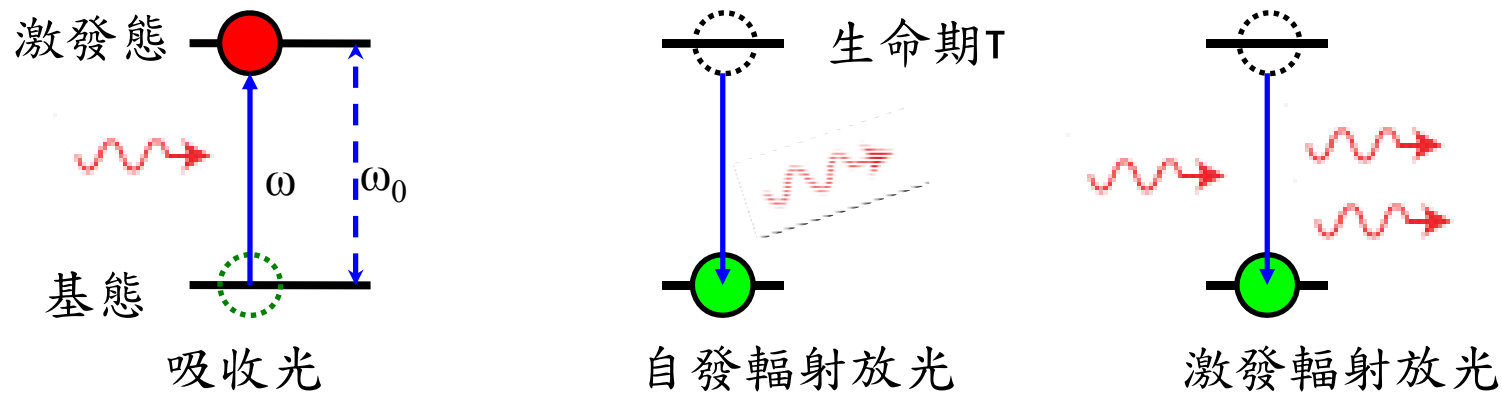
原子是甚麼？

- 自然界物質的組成積木！
- 原子由帶正電質量較重的原子核(內含質子與中子)與帶負電的電子藉由電磁力結合成一中性的粒子。
- 電子的能階呈量子化，即只有特定的狀態允許存在，電子的分佈並不是一特定軌道，而是呈一定雲狀機率分佈，稱之為波函數。



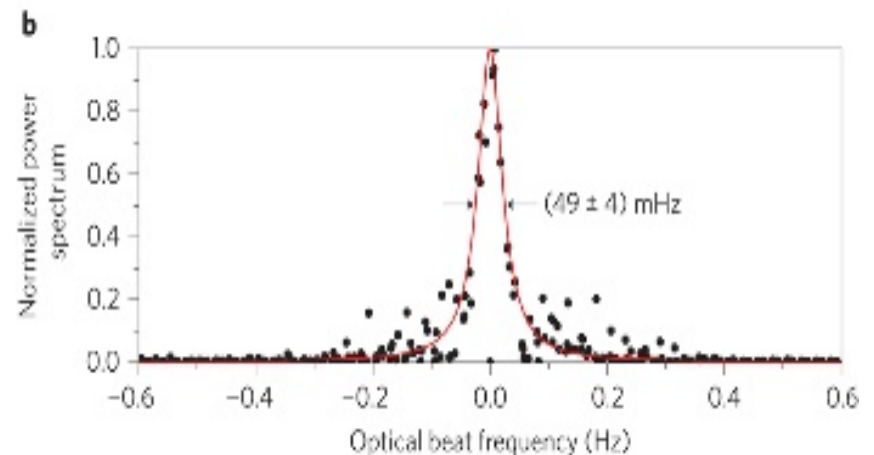
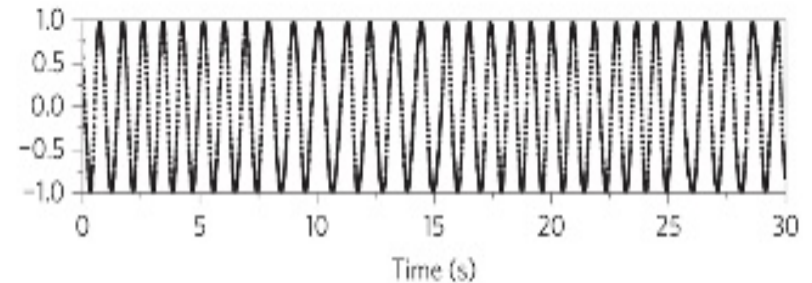
氫原子的電子波函數 <http://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/wp-content/uploads/2010/06>

光與原子的交互作用



雷射光和一般光源最大差別在哪？

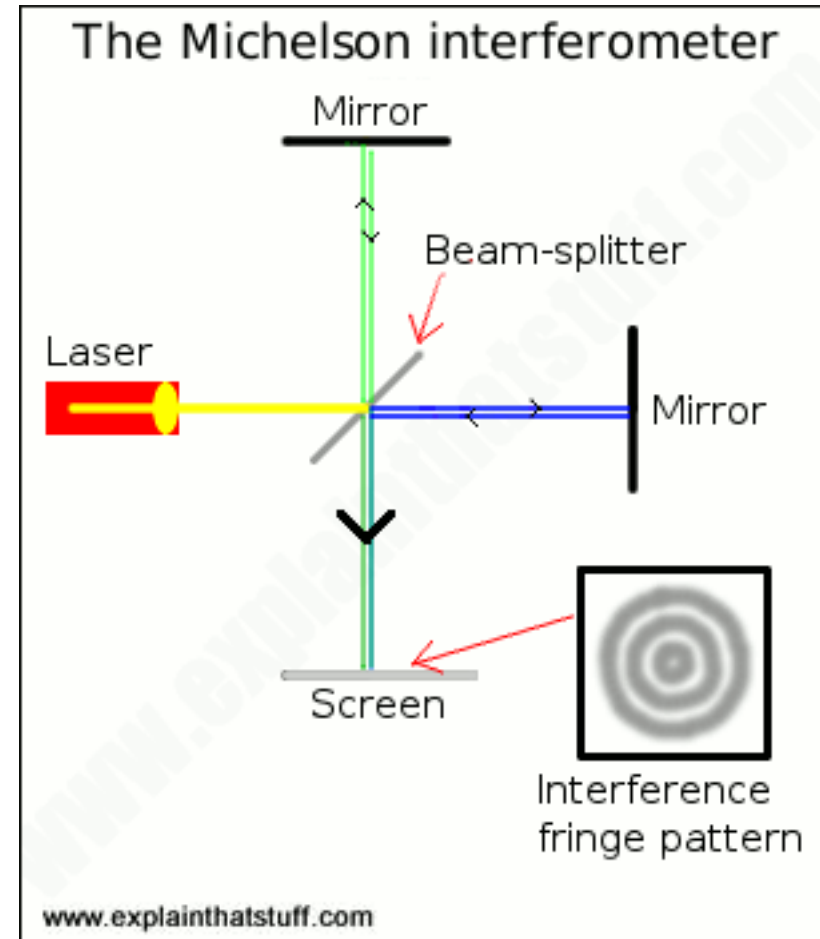
- 同調性(單頻性)，有明確相位，像一個簡單正弦波的程度
- 定量講即頻寬，實驗用的外共振腔式半導體雷射頻寬約100kHz,相位同調時間約 10^{-5} 秒，同調距離約3000米，即麥克生干涉儀兩臂差約此距離內可看到清楚干涉條紋。
- 現今最窄頻寬雷射約 10^{-2} Hz,同調距離 3×10^{10} m.



麥克生（Michelson）干涉儀

$$I_{\text{tot}} = \langle E_{\text{tot}}^2 \rangle = \langle [E_0 \cos(2kL_1 - \omega t) + E_0 \cos(2kL_2 - \omega t)]^2 \rangle$$
$$= E_0^2 + E_0^2 \cos(2k\Delta L)$$
$$I_{\text{max}} \Rightarrow \frac{4\pi\Delta L}{\lambda} = 2m\pi \Rightarrow \Delta L = \frac{m\lambda}{2}$$

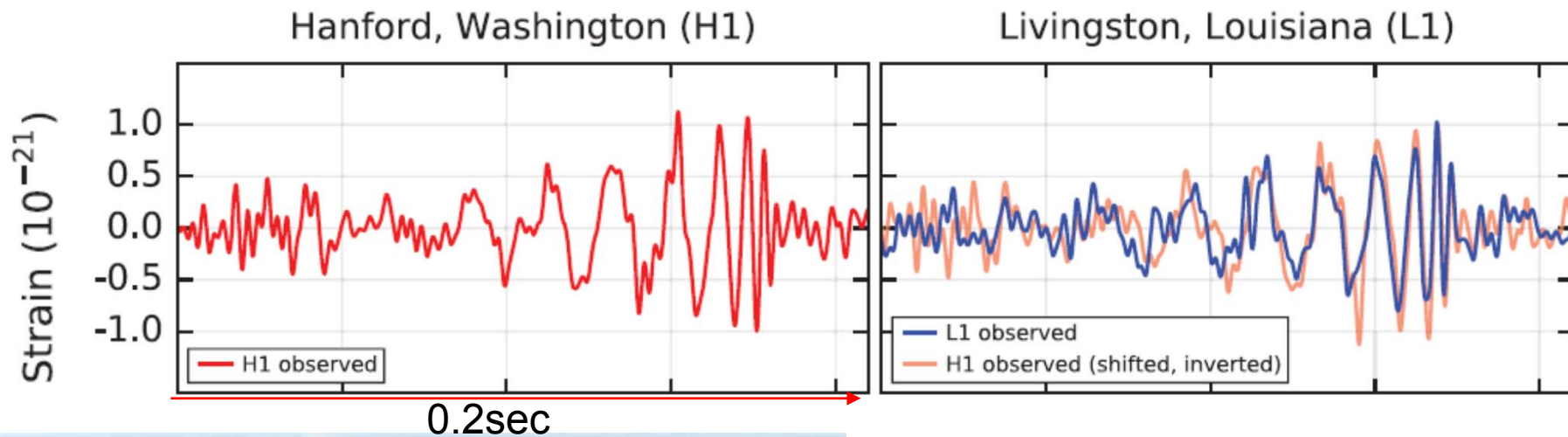
- 位移半波長（ $0.343 \mu\text{m}$ ）會經歷一次亮點（或暗點），可用於位移的精密度量測！
 - 晶圓製作機台皆有精密的干涉儀！
 - 現有之重力波干涉儀為基於此之加強版的干涉儀，可量測精度 $\Delta L / L = 10^{-21}$ （ $L \sim 4\text{km}$ ）！



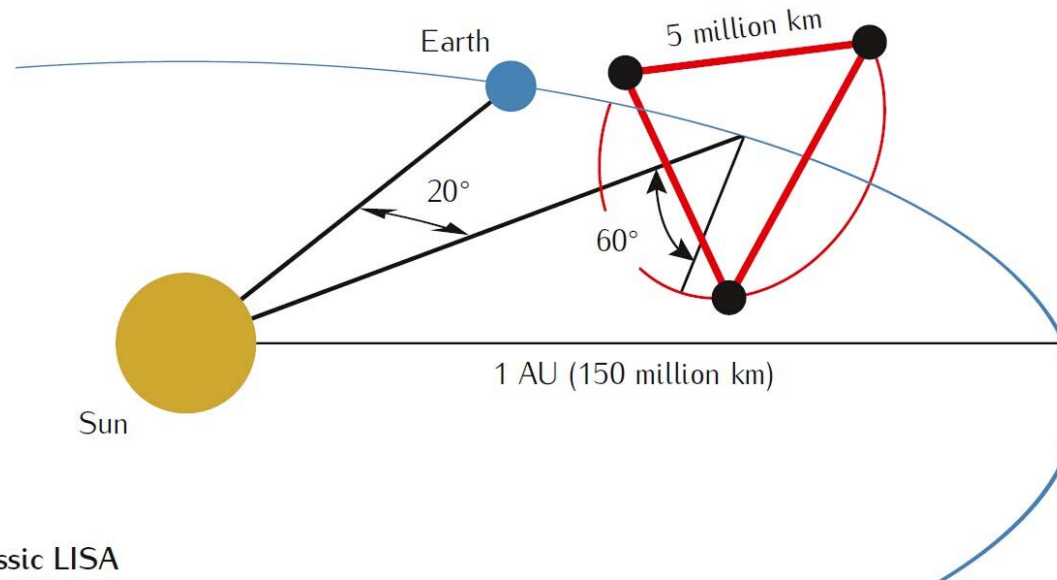
Laser Interferometric Gravitational wave Observatory, LIGO

- LIGO在2015/09/14首次量到重力波的訊號
根據推論該重力波是由兩個黑洞合併過程所引起

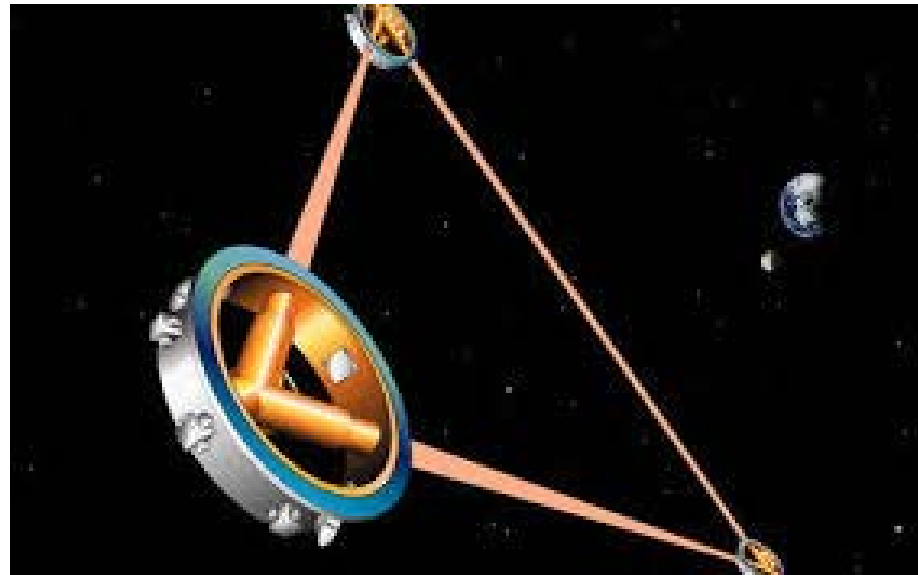
$$\text{Strain} = \frac{\Delta L}{L} = 10^{-21}; L = 4\text{km}$$
$$\Rightarrow \Delta L = 4 \times 10^{-18} \text{m}$$



eLISA Project, Space LIGO



Classic LISA



有傾斜、發散、或像差下的干涉條紋

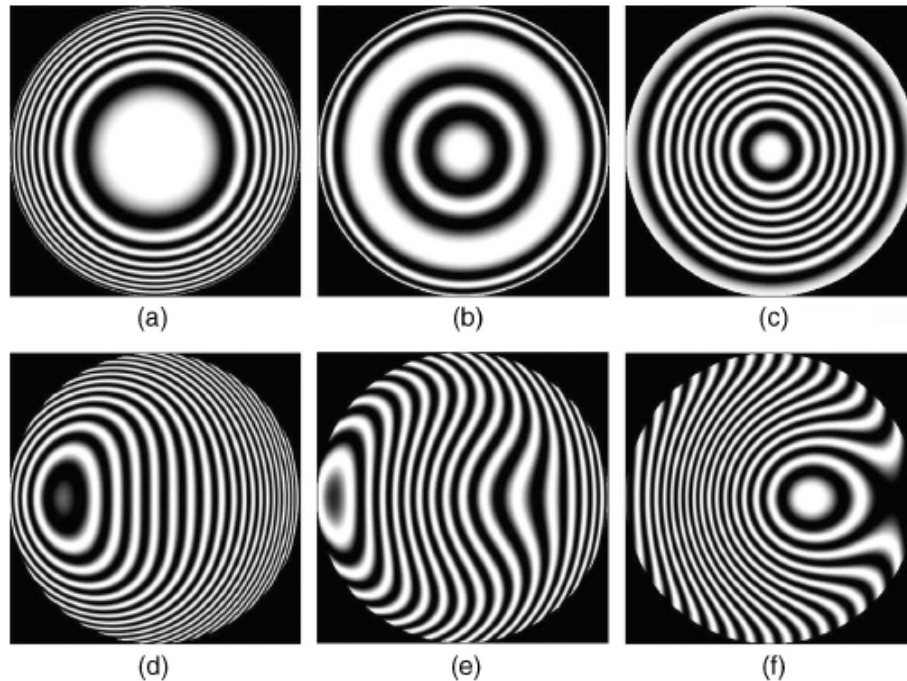


FIGURE 2.43. Interferograms for a lens with spherical aberration at the paraxial, medium, and marginal foci.

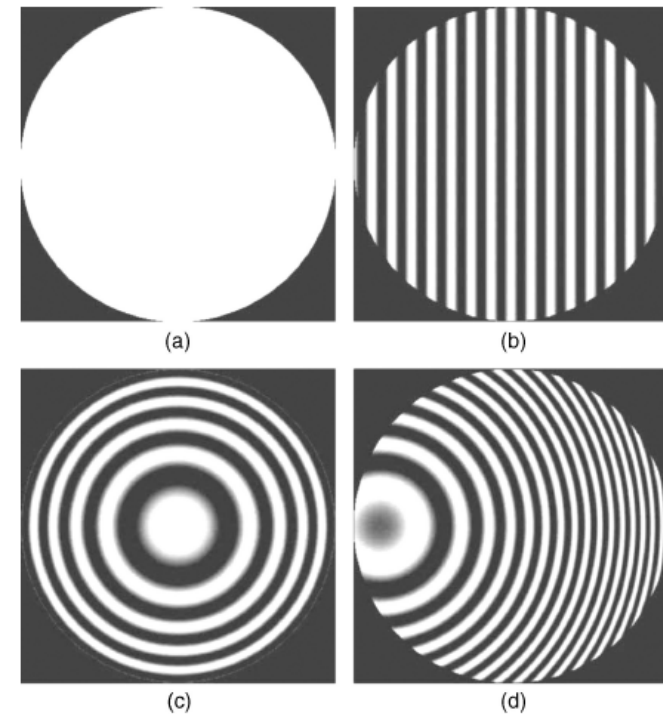
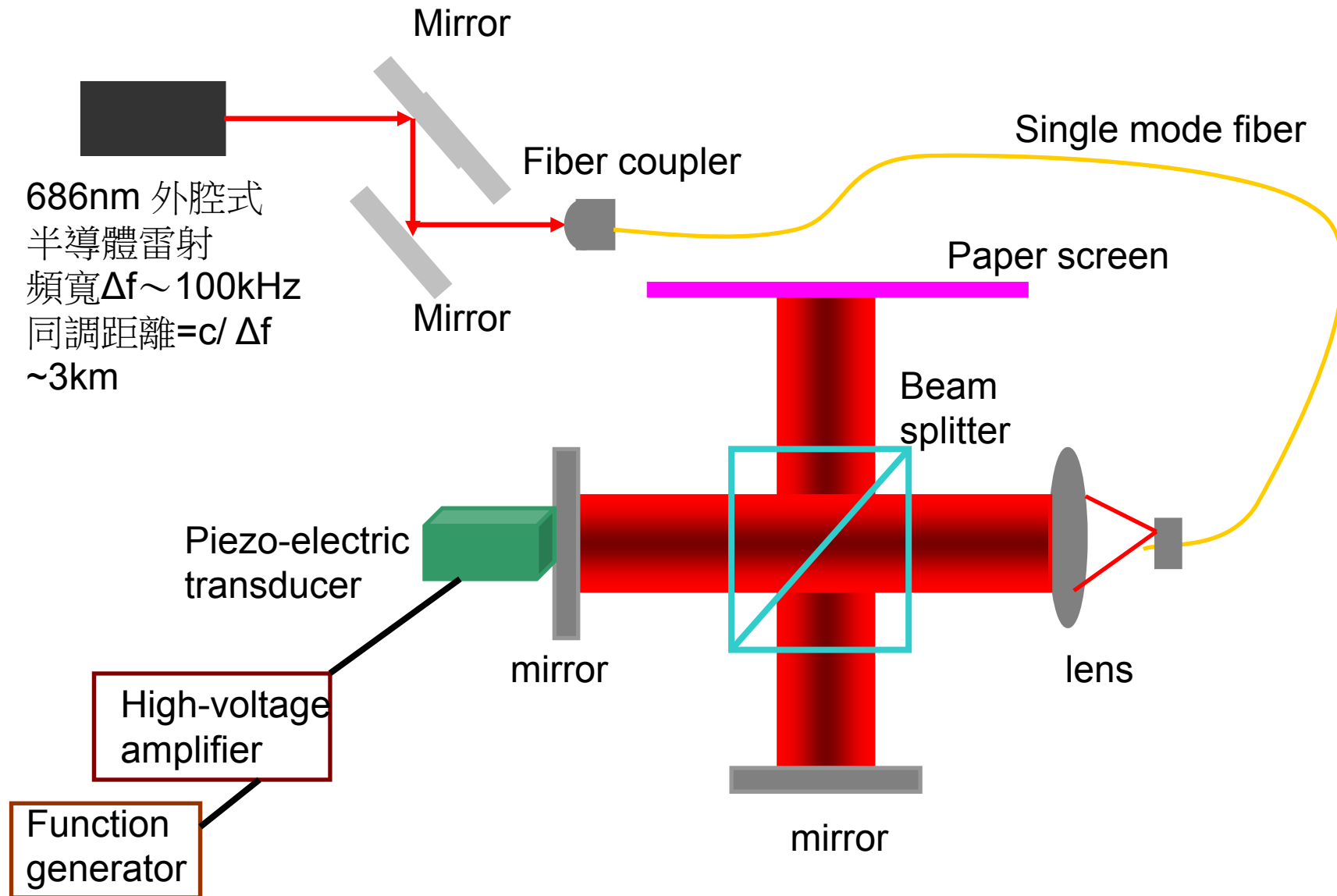
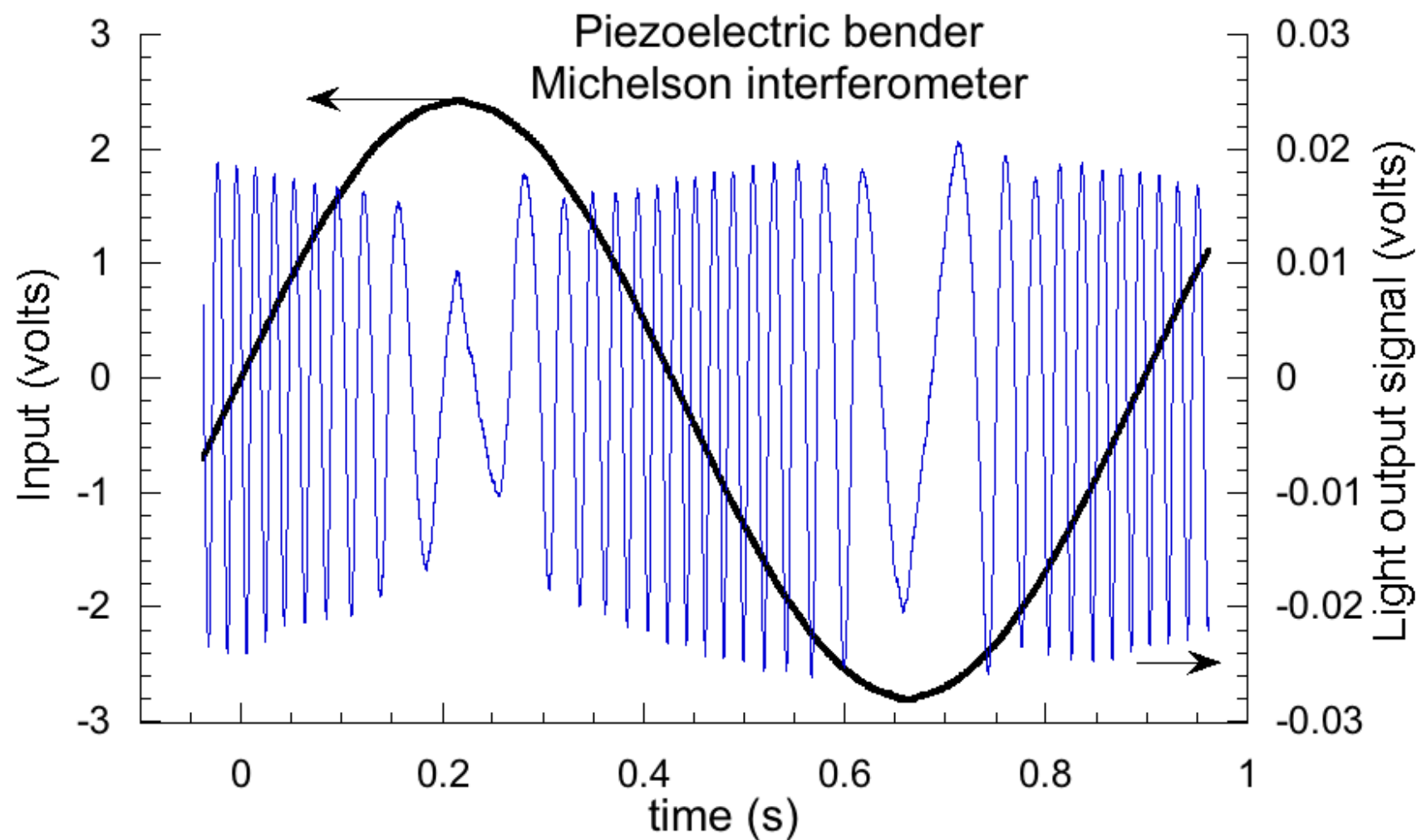


FIGURE 2.42. Interferograms for a perfect lens. (a) With no tilt or defocusing. (b) With tilt. (c) With defocusing. (d) With tilt and defocusing.

實際實驗裝置

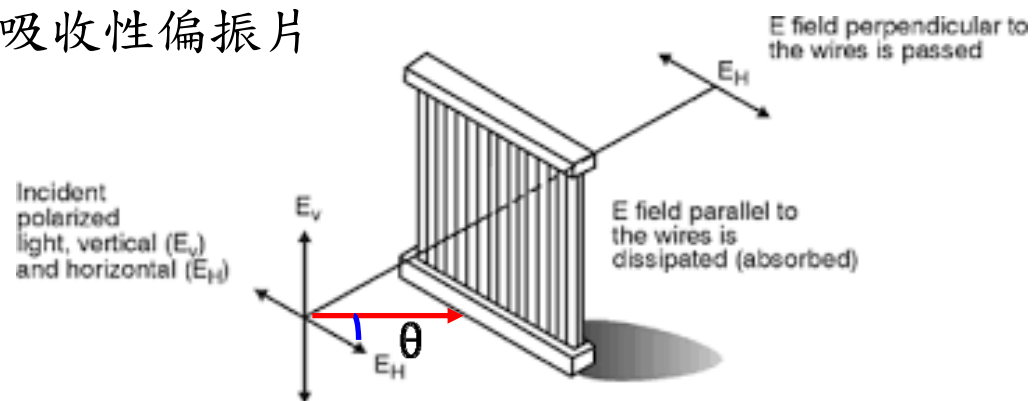




光的偏振與玻璃的反射 及多路徑干涉

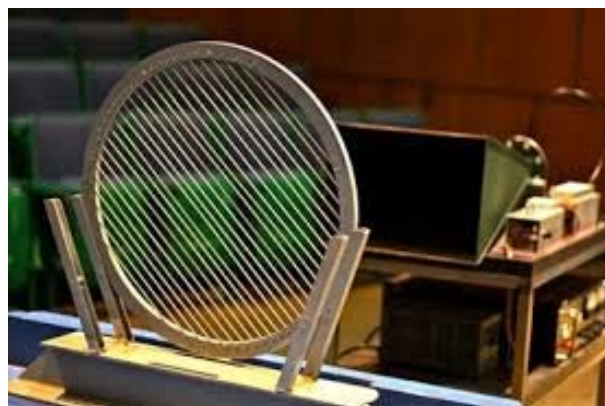
偏振(極)片

吸收性偏振片

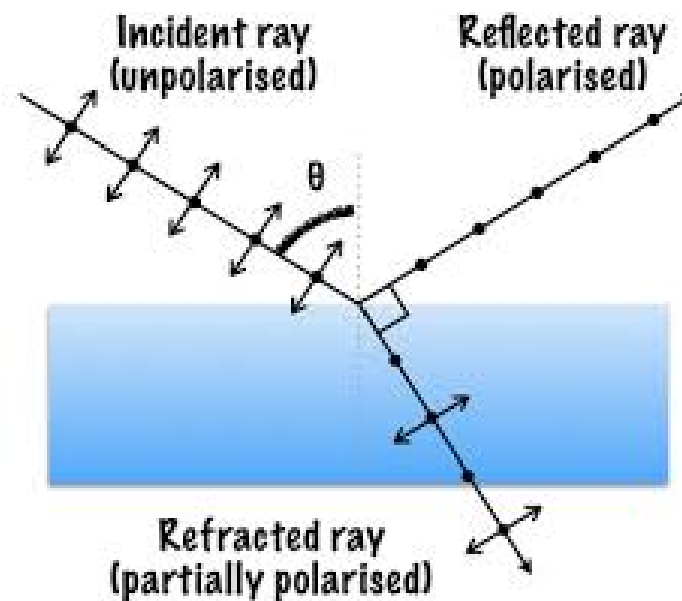


$$E_{out} = E_{in} \cos \theta \Rightarrow$$

$$I_{out} = E_{out}^2 = I_{in} \cos^2 \theta$$



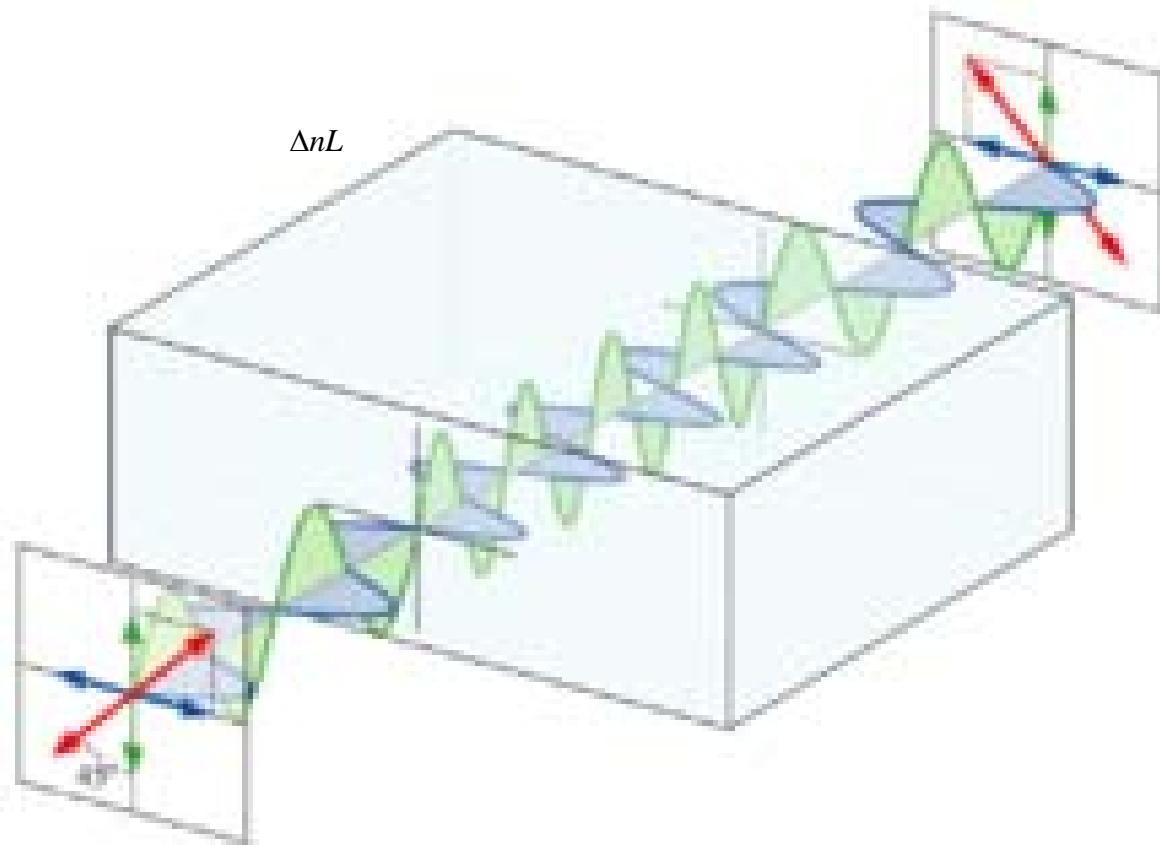
一片玻璃也可當偏振片



半波片

- 雙折射材料，偏振方向在晶體光軸及與光軸的折射率不一樣。
- 偏振與光軸夾 θ 角的線偏振光經半波片後，偏振方向往光軸方向轉 2θ 角。

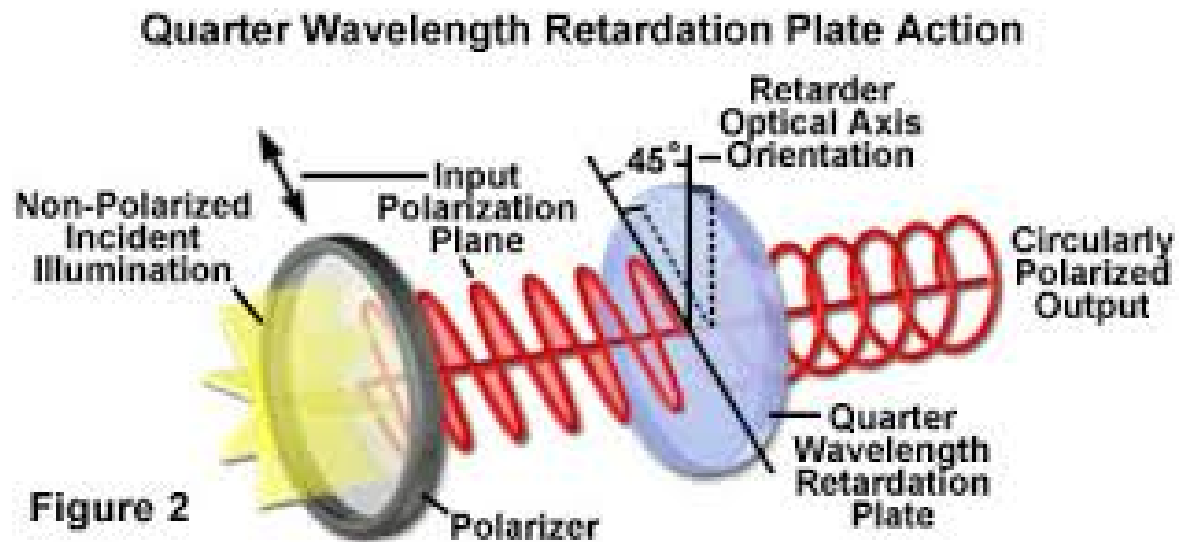
$$\frac{\Delta n L}{\lambda_0} 2\pi = \pi$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta n L}{\lambda_0} = \frac{1}{2}$$



四分之一波片

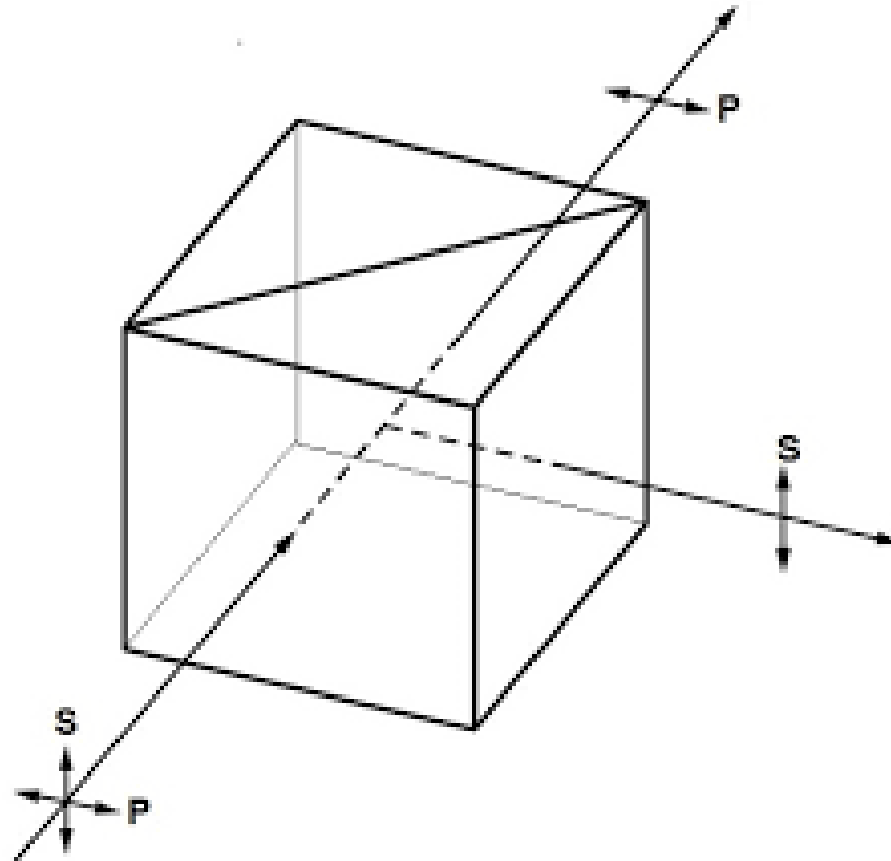
- 輸入的線偏振光偏振方向在光軸或垂直光軸方向，輸出仍維持線偏振。
- 輸入的線偏振光偏振方向和光軸夾一定角度，輸出為橢圓偏振；該夾角是45度時，輸出是圓偏振。

$$\frac{\Delta n L}{\lambda_0} 2\pi = \frac{\pi}{2}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta n L}{\lambda_0} = \frac{1}{4}$$



偏振分光鏡(Polarizing Beam Splitter Cube)

- 靠介面的一些鍍膜特性達成偏振光之分離效果
- 實際效果也不是完美，規格有一參數叫extinction ratio，即偏振至正確阜及漏至不正確阜的功率比(typically~ 500:1 to 1000:1)
- 一個半波片加一PBS即可將光以任意比率分至穿透或反射兩臂

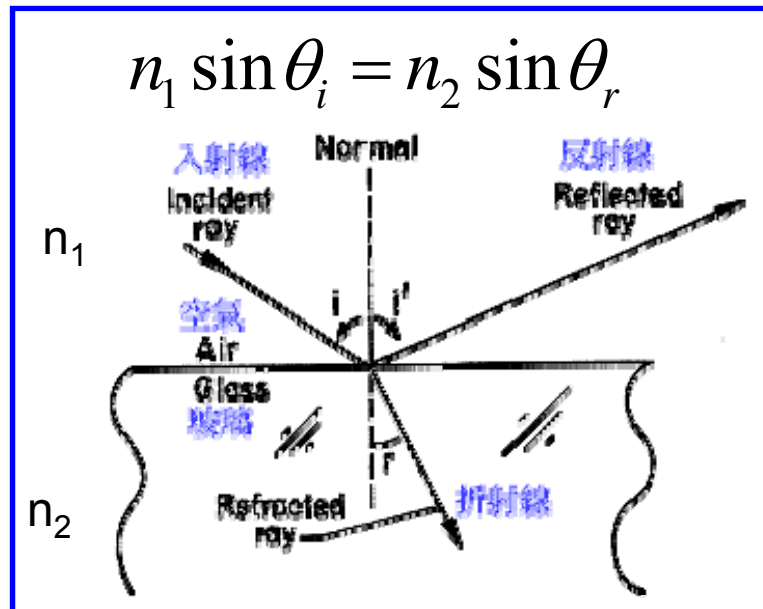


光的反射與折射(一片玻璃蘊含深刻物理)

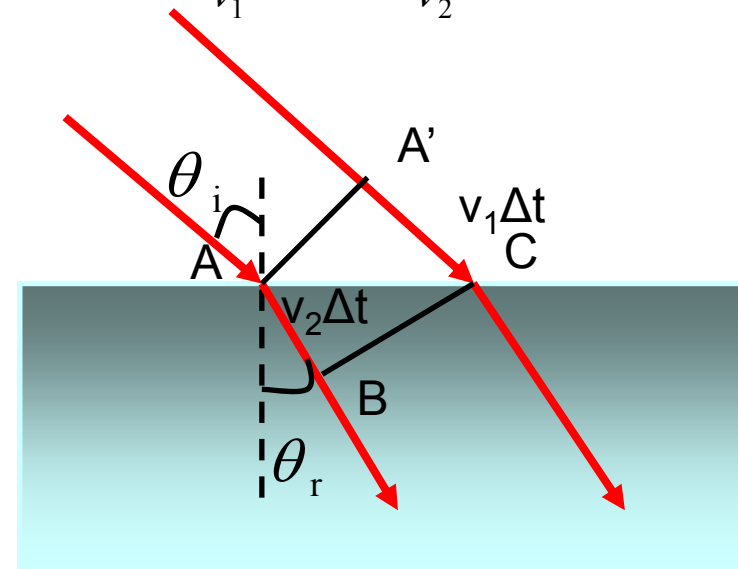
- 光的反射與折射都是介質對光的反應產生的電磁場與原入射電磁場總合的結果。
- 折射率:介質對入射光反應程度的一個參數

$$n(\lambda) \equiv \frac{c}{v(\lambda)} = \text{Speed of light in vacuum/phase velocity in medium}$$

- 相速度:光的波前移動速度
- 對一平整的介面:入射角=反射角
- 折射遵守Snell's Law

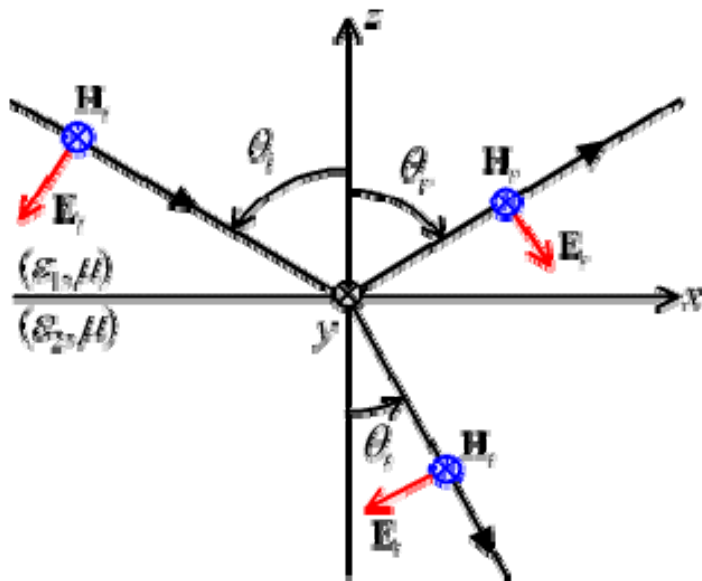


$$AC = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \theta_i} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \theta_r}$$
$$\Rightarrow \frac{c}{v_1} \sin \theta_i = \frac{c}{v_2} \sin \theta_r$$



不同偏振的光經玻璃反射率跟入射角關係

- 入射與反射光決定一平面，入射光的有偏振兩種可能，即和該平面垂直或平行，反射率公式不一樣，經電磁學邊界條件分析結果如下（Fresnel公式）（此處未證明）：

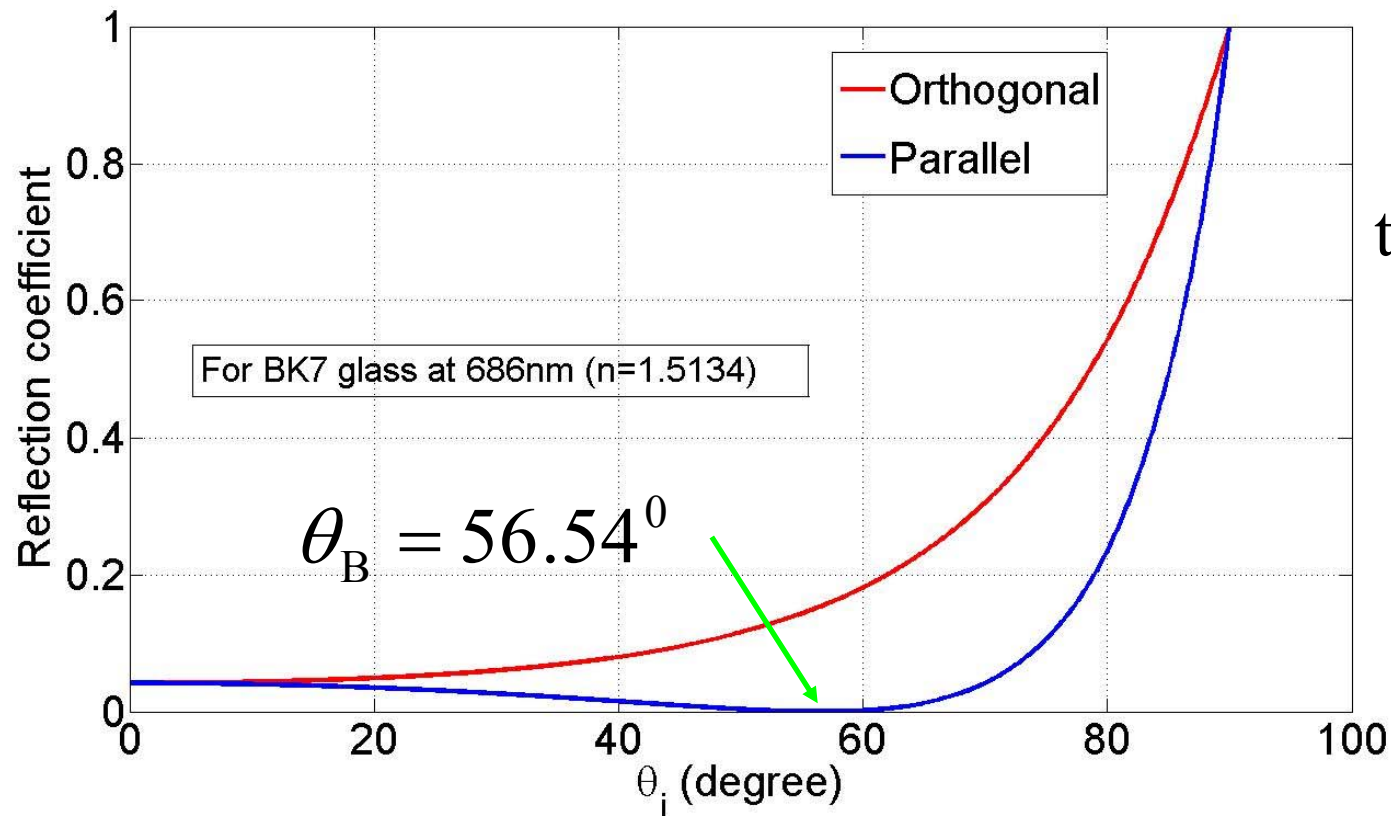


$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

$$R_{\perp} = \left[-\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right]^2$$

$$R_{\parallel} = \left[\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \right]^2$$

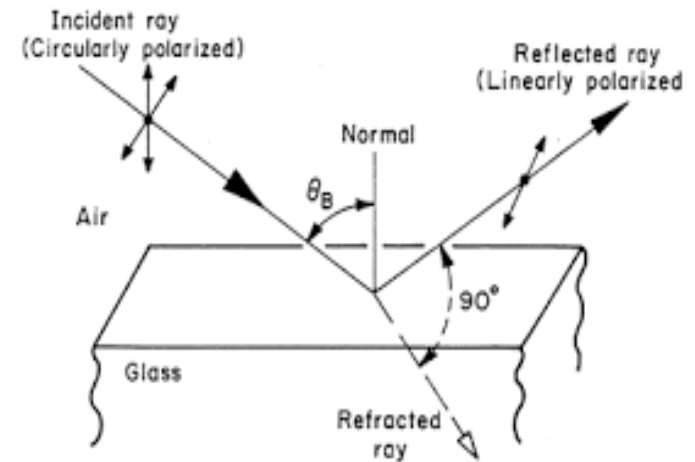
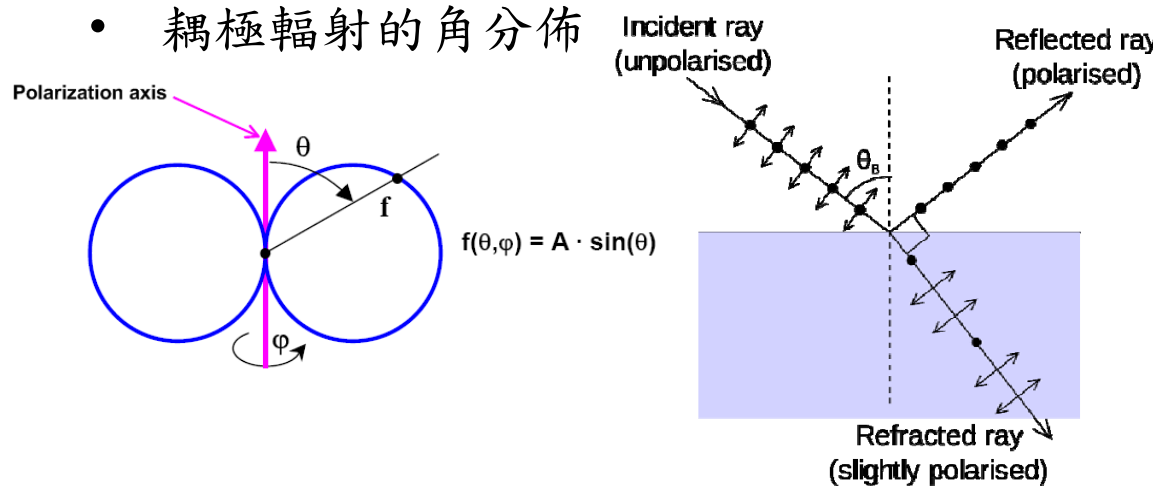
- 光垂直入射($\theta_i=0$)玻璃，反射率約5%;大角度反射 ($\theta_i \rightarrow 90^\circ$)，反射率近似100%、像個鏡子。一個玻璃就可當一個反射率可調的分光鏡 (beam splitter)。
- 對偏振和入射反射平面平行的光，存在一特殊入射角(Brewster角 θ_B) 反射率是零。此角度發生在下列公式。
- 本次實驗之一即是要量測下圖數據及驗證上頁公式。



$$\tan \theta_B = \frac{n_t}{n_i}$$

Brewster 角的簡單物理圖像

- 耦極輻射的角分佈



- 只發生在偏極在入射反射平面的光

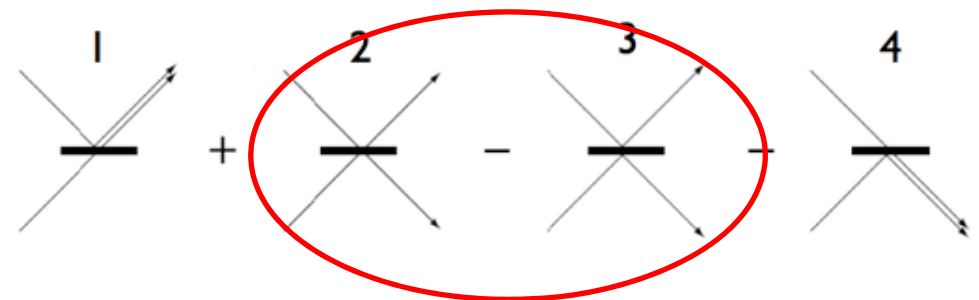
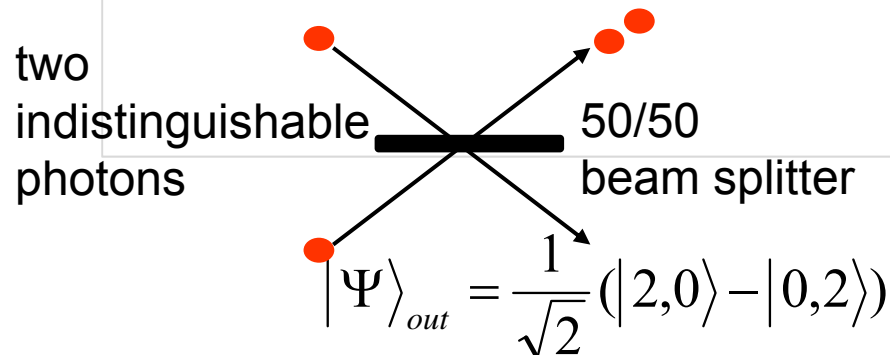
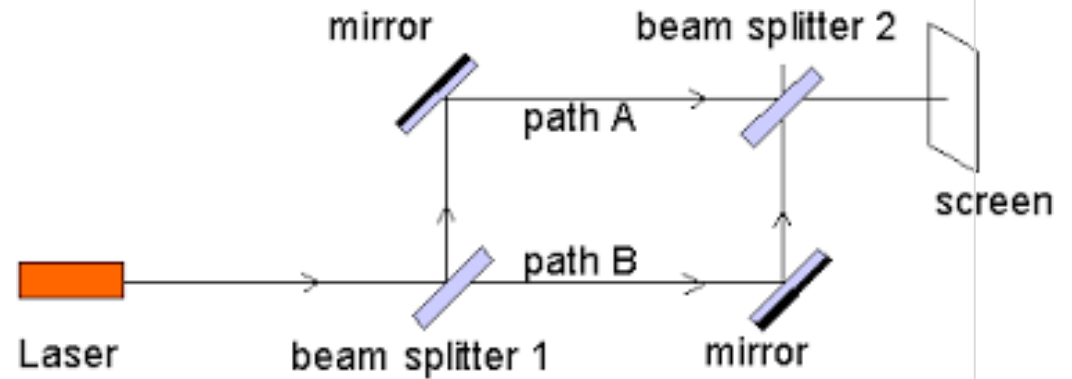
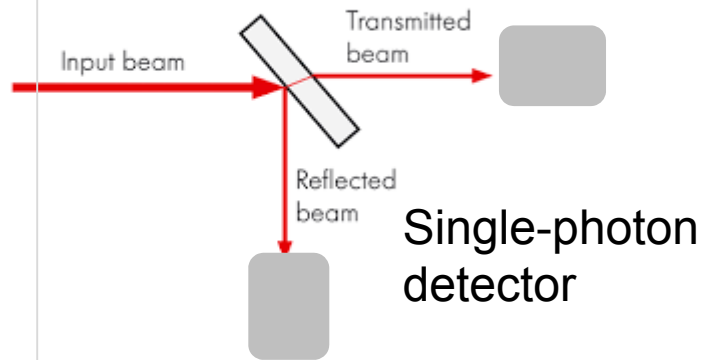
$$\theta_i = \theta_r; n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

$$\theta_r + \theta_t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow n_i \sin \theta_i = n_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) = n_t \cos \theta_i \Rightarrow \tan \theta_i = \frac{n_t}{n_i}$$

- 思考: 如何利用此現象來判斷一個未知其偏極方向的偏極片?
- 思考: 入射光偏振和入射反射面平行或垂直, 入射角各是幾度角時, 一片玻璃成為50/50分光鏡。
- 思考: 不管偏振方向如何, 大角度入射(~ 90 度), 任何平坦反射面都像一個反射鏡, 你在日常生活中有注意到此現象嗎?

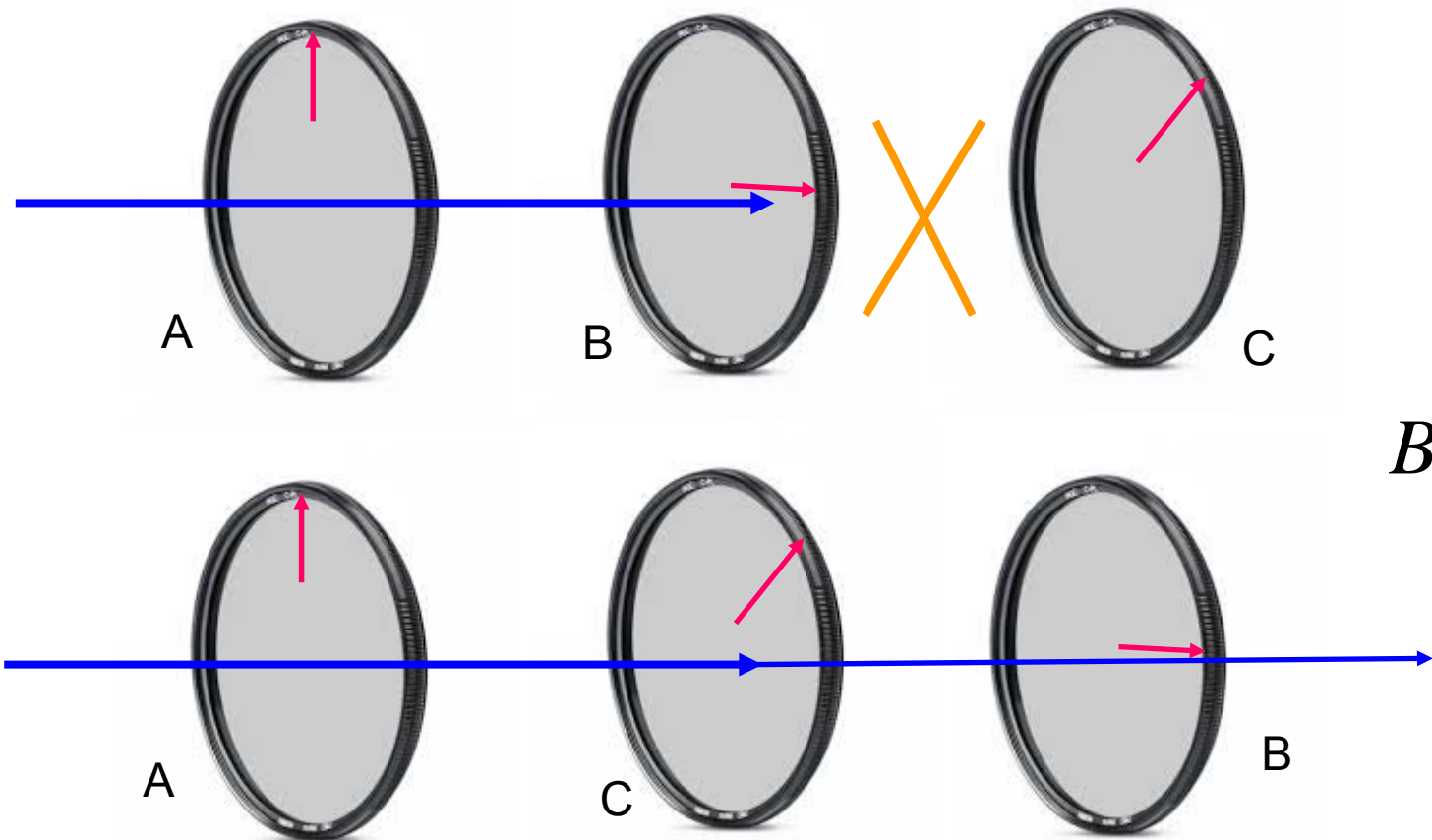
分光器(Beam Splitter)

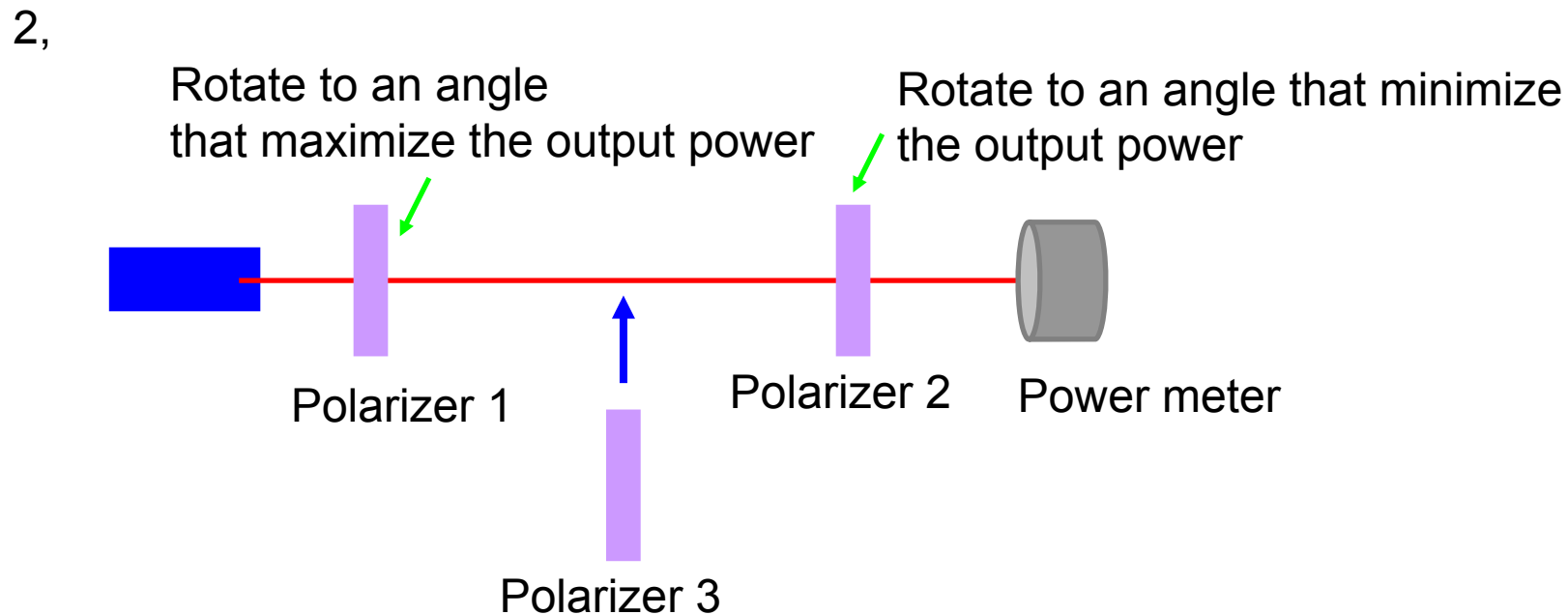
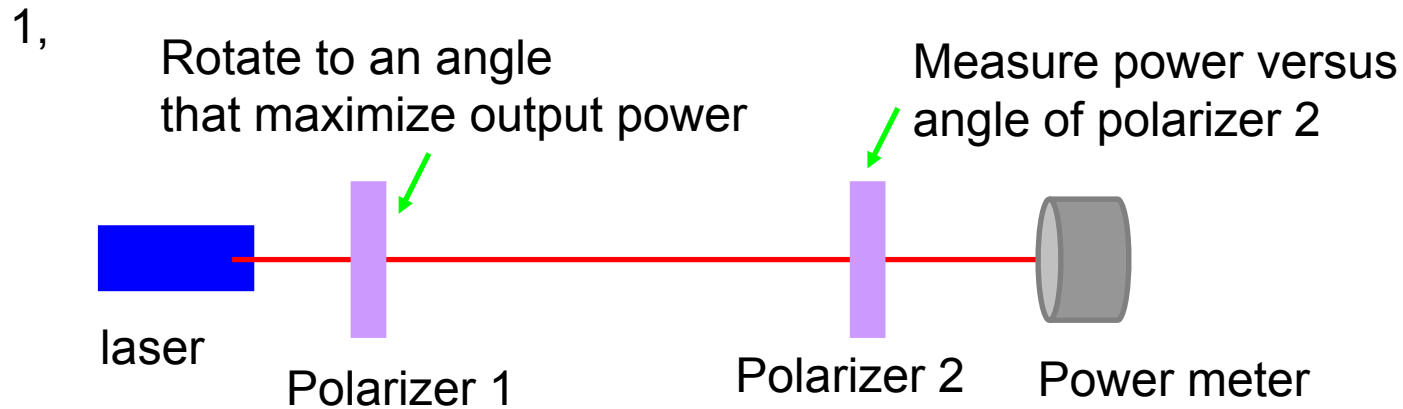
- 在量子光學一個分光器同時顯現出量子世界的數個古怪特性
 - 光子的**顆粒性**
 - 光子出現在兩臂的**隨機性**
 - 光經分光器其狀態變**線性疊加態**
 - 結合兩個鏡子與分光器可看到光之(單光子)**干涉**
 - 兩個全同光子經一分光器重合，兩顆光子會同時走某一邊，此為**雙光子干涉**



光之偏振

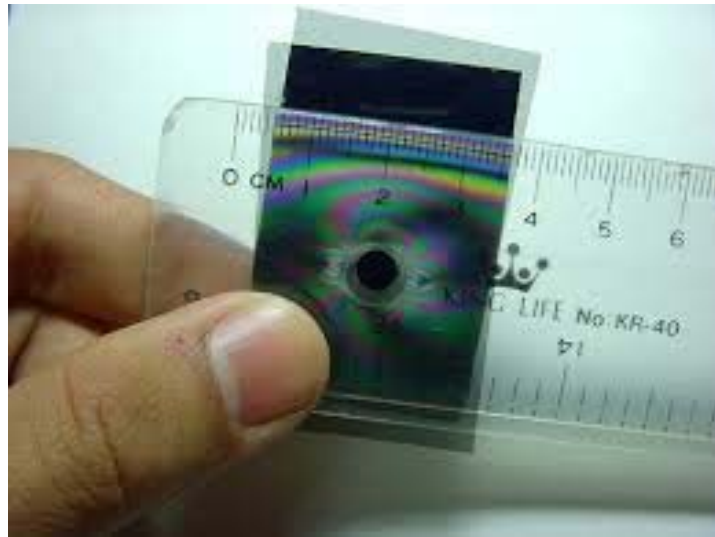
- 光的偏振特性已碰觸量子力學的核心，J.J. Sakura的 Modern Quantum Mechanics 即是以此著手開始講量子力學，他是量子力學二能接狀態或自旋 $1/2$ 系統數學都是等價的。
- 由於量測的不可互易性，可導出測不準關係。(看下例!)





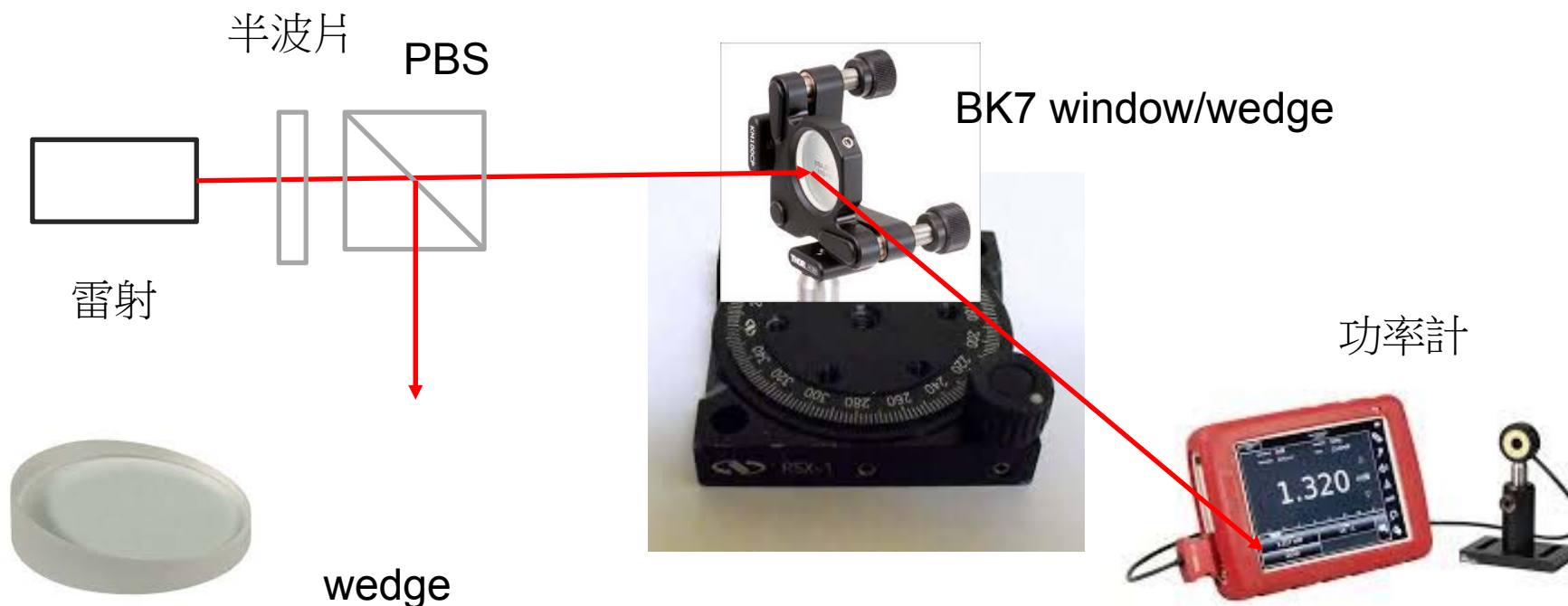
- Then add polarizer 3 into the beam path, rotate it and see the power after polarizer 2. Why the light can pass through the polarizer 2 again?

偏振片藝術創作



實驗說明

- 玻璃和光交會點在轉軸中心
- 玻璃兩面都會反射，若太薄此二光點會干涉，可用有一面有一角度之 wedge!
- 雷射光功率可能隨時間略有飄移，量一次入射及反射功率相除
- 可能只能量至約80度，接近90度無法量!



光在玻璃的多路徑干涉 (Etalon效應，Fabry-Perot干涉儀)

基本公式

兩束相鄰反射光之相位差

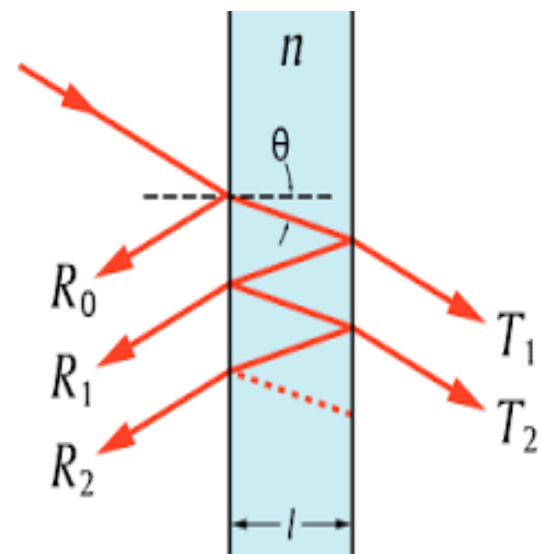
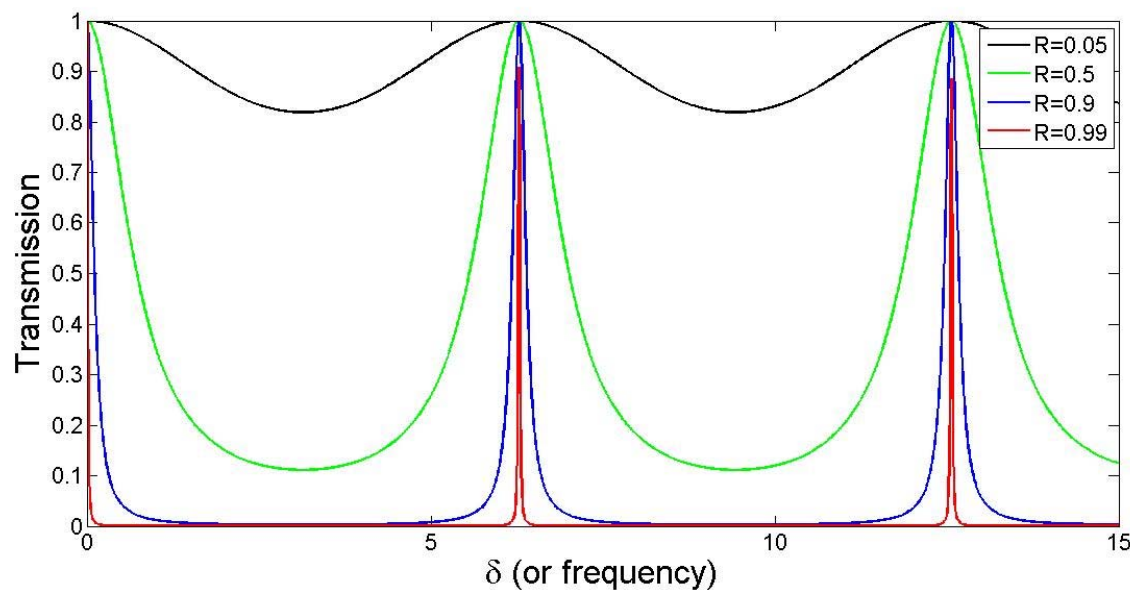
$$\delta = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi = \frac{2nl \cos \theta}{\lambda} 2\pi$$

穿透率

$$T = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R\cos\delta} = \frac{1}{1+F\sin^2(\frac{\delta}{2})}; F \equiv \frac{4R}{(1-R)^2}$$

穿透率極大 $\frac{\delta}{2} = N\pi \Rightarrow 2nl = N\lambda; N = 1, 2, 3 \dots; \theta = 0$

$$f = \frac{c}{\lambda} = N\left(\frac{c}{2nl}\right)$$



Reflected light

$$E_r = E_i \left(r + t t' r' e^{i\delta} + \dots + t t' r' (2p-3) e^{i(p-1)\delta} \right)$$

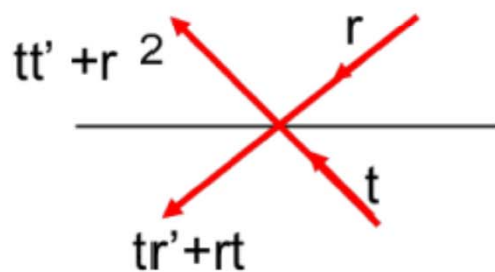
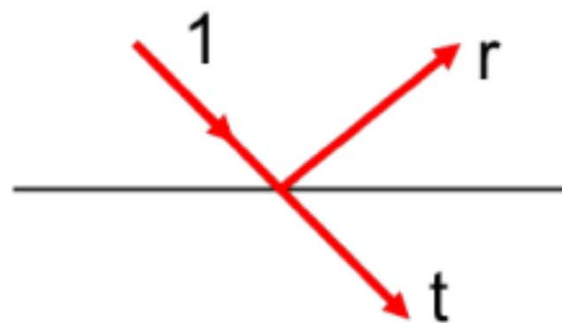
Transmitted light

$$E_t = E_i t t' \left(1 + r'^2 e^{i\delta} + r'^4 e^{i2\delta} + \dots + r'^{2(p-1)} e^{i(p-1)\delta} \right)$$

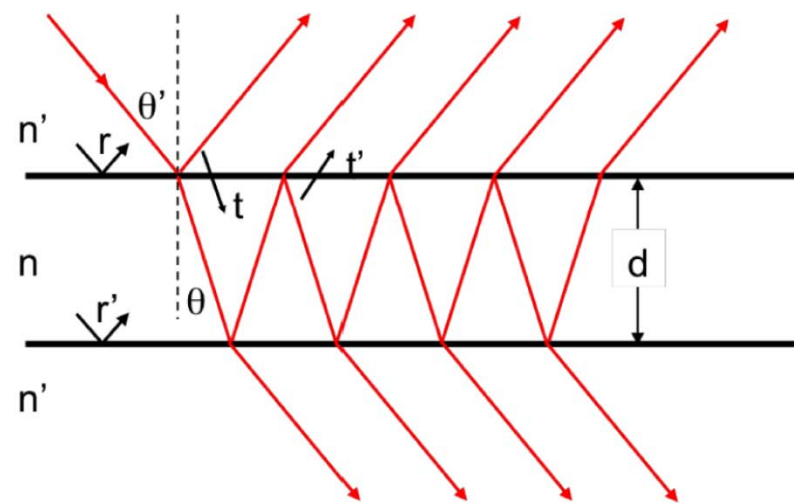
Phase due to OPD

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2nd \cos[\theta]$$

If there are no losses a wave's propagation must be reversible.



Reversibility



Equations derived from Stokes Relations

$$t t' + r^2 = 1$$

$$t r' + r t = 0$$

$$t t' = 1 - r^2$$

$$r = -r'$$

Therefore

$$R + T = 1, \quad t t' = T, \quad R = r^2 = r'^2$$

■ 1.3 Reflected Light

$$E_r = E_i \left(r + t t' r' e^{i\delta} \left(1 + r'^2 e^{i\delta} + \dots + r'^{2(p-2)} e^{i(p-2)\delta} \right) \right)$$

$$E_r = E_i \left(r + t t' r' e^{i\delta} \sum_{n=0}^{p-2} r'^{2n} e^{i n \delta} \right)$$

$$E_r = E_i \left(r + t t' r' e^{i\delta} \left(\frac{1 - r'^{2(p-1)} e^{i(p-1)\delta}}{1 - r'^2 e^{i\delta}} \right) \right)$$

Substitute $r = -r'$ and let $p \rightarrow \infty$.

$$E_r = E_i \left(r - \frac{t t' r e^{i\delta}}{1 - r^2 e^{i\delta}} \right)$$

$$E_r = E_i r \left(\frac{1 - r^2 e^{i\delta} - t t' e^{i\delta}}{1 - r^2 e^{i\delta}} \right)$$

$$E_r = E_i r \left(\frac{1 - (r^2 + t t') e^{i\delta}}{1 - r^2 e^{i\delta}} \right)$$

$$E_r = E_i \left(\frac{\sqrt{R} (1 - e^{i\delta})}{1 - R e^{i\delta}} \right)$$

$$I_r = E_r E_r^* = I_i \left(\frac{R (2 - 2 \cos[\delta])}{1 + R^2 - 2 R \cos[\delta]} \right)$$

$$\text{But } 1 - \cos[\delta] = 2 \sin[\delta/2]^2$$

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{4 R \sin[\delta/2]^2}{(1 - R)^2 + 4 R \sin[\delta/2]^2}$$

■ 1.4 Transmitted Light

$$E_t = E_i t t' \left(1 + r'^2 e^{i\delta} + r'^4 e^{i2\delta} + \dots + r'^{2(p-1)} e^{i(p-1)\delta} \right)$$

$$E_t = E_i t t' \left(\frac{1 - r'^{2p} e^{ip\delta}}{1 - r'^2 e^{i\delta}} \right)$$

Let $p \rightarrow \infty$.

$$E_t = E_i \frac{t t'}{1 - r'^2 e^{i\delta}}$$

$$E_t = E_i \frac{T}{1 - R e^{i\delta}}$$

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2 R \cos[\delta]}$$

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{T^2}{(1 - R)^2 + 4 R \sin[\delta / 2]^2}$$

Let F , the coefficient of finesse, be given by

$$F = \frac{4 R}{(1 - R)^2}$$

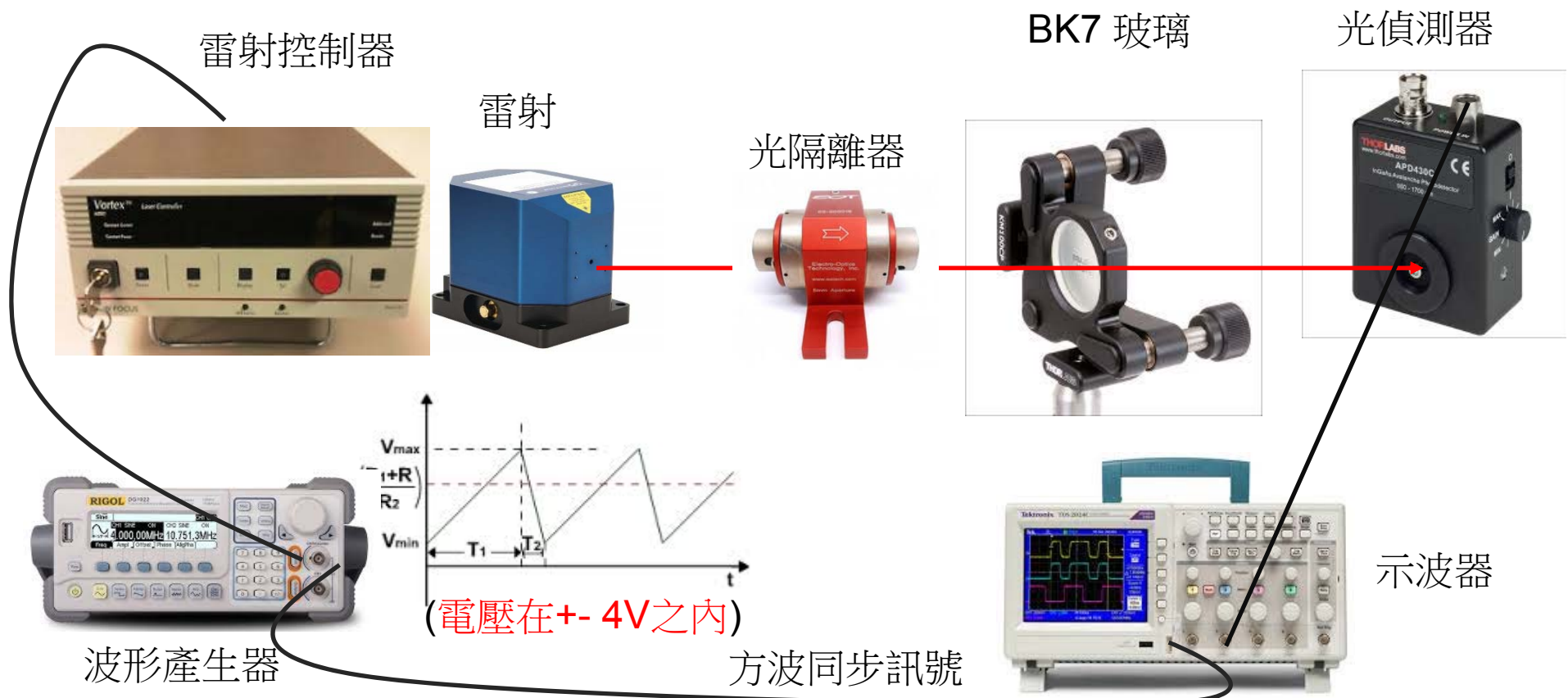
Then

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{F \sin[\delta / 2]^2}{1 + F \sin[\delta / 2]^2}$$

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + F \sin[\delta / 2]^2}$$

實驗說明

- 使用外共振腔半導體雷射，波長~663nm,其頻率可由波形產生器輸入三角(or鋸齒波)形微調其頻率~21.92GHz/V.
- 測試不同厚度的玻璃(BK7, 折射率 $n(663\text{nm})=1.514$),在調至和入射光正交時，穿透光可看到週期性強度變化
- 驗證該周期和公式計算 $c/(2nL)$ 是否一致



注意事項

- 眼睛不可直視雷射光，也請留意勿打到別人眼睛，否則視網膜有被永久打壞的危險！使用大功率雷射(>5mW)須戴適當的護目鏡。
- 勿撞擊半導體雷射電流源線，否則電突波可能打壞雷射二極體！
- 不要用手觸摸任何光學元件及光纖頭！
- 光學元件面勿直接碰觸桌面，避免刮傷！
- 螺絲要鎖緊但不要緊到斷掉！
- 光學鏡架（或功率計）不用時盡量平躺勿直立，避免不小心揮手撞倒。

經驗談（莫非定律Murphy's Law）

- 有機會出錯的事就一定會出錯，只是時間早晚的問題，請小心謹慎！
- 不要不動腦筋就拼命做，先想一想你大致上要怎麼安排光路、元件順序、與位置等，有譜了再動手。
- 調光路（例如讓兩道光重合等）是有方法與道理的，請動動腦筋想想，如果耗費太多時間嘗試，可請教會的人。
- 對儀器、鏡座等等你覺得使用上不太會用、不大對勁時（例如螺絲卡卡的），請教會的人、勿硬做，不然你就會變破壞王！
- 工預善其事，必先利其器！在特定事情用對的工具將事半功倍，遇到操作困難時，停下來問一下是否有更合適的工具。
- 做事不要太急躁，從容不迫地做，否則很容易出事！

做中學：最有效率的學習方式

實驗室研究2-3年

為什麼會這樣？為甚麼不那麼做？

如何才能…？有沒有更好的做法？

如果這樣做會怎樣？....



最需要教的並不是科學, 而是如何培養自己的能力!

- 有好奇心、健康的人生觀，要對某些事有熱情。
- 要問問題，要問別人更要問自己，嘗試獨力去尋找答案，有自我學習能力。
- 要有邏輯思辯、分析判斷能力，保持批判性思考，不要太輕易相信任何事。
- 有好的工作習慣，想清楚流程、記錄有用資訊、讓工作環境方便舒服、防呆、模組化、做的東西要可靠、作數量級估計。
- 有解決問題的能力，分段除錯、各個擊破。
- 勇敢解釋你已懂的也讓別人懂，培養表達能力並教學相長。
- 有面對壓力與挫折的勇氣(研究中失敗是常態!)。
 - 相信自己，你可以辦的到，有志者事竟成！
- 擁有這些能力，跟著你一輩子，面對不同主題(學界、業界)一樣適用！